

Distribución Normal

1) Hallar el área bajo la curva normal tipificada:

- a) Entre $Z = 0$ y $Z = 1,2$ Sol: 0,3849
- b) Entre $Z = -0,68$ y $Z = 0$ Sol: 0,2517
- c) Entre $Z = -0,46$ y $Z = 2,21$ Sol: 0,6636
- d) Entre $Z = 0,81$ y $Z = 1,94$ Sol: 0,1828
- e) A la derecha de $Z = -1,28$ Sol: 0,8997

2) Si "área" se refiere al área bajo la curva normal tipificada, hallar el valor o los valores de Z tales que:

- a) El área entre 0 y Z sea 0,3770 Sol: $Z = \pm 1,16$
- b) El área a la izquierda de Z sea 0,8621 Sol: $Z = 1,09$
- c) El área entre -1,5 y Z sea 0,0217 Sol: $Z = -1,69$ y $Z = -1,35$

3) El peso medio de 500 estudiantes varones de una universidad es de 68,5 Kg. y la desviación típica es de 10 Kg. Suponiendo que los pesos están distribuidos normalmente, hallar el número de estudiantes que pesan:

- a) Entre 48 y 71 kg. Sol: entre 289 y 290 estudiantes.
- b) Más de 91 kg. Sol: entre 6 y 7 estudiantes.

4) La media del diámetro interior del conjunto de lavadoras producidas por una máquina es 1,275 cm. y la desviación típica de 0,0125 cm. El propósito para el cual se han diseñado las lavadoras permite una tolerancia máxima en el diámetro de 1,26cm. a 1,29 cm., de otra forma las lavadoras se consideran defectuosas. Determinar el porcentaje de lavadoras defectuosas producidas por la máquina, suponiendo que los diámetros están distribuidos normalmente.

Sol: 23,02%

5) Si X está distribuida normalmente con media 5 y desviación típica 2, hallar $P(X > 8)$.

Sol: 0,0668

6) Se tiene un programador de entrenamiento diseñado para mejorar la calidad de las habilidades de los supervisores de la línea de producción. Debido a que el programa es auto administrativo, los supervisores requieren un número diferente de horas para terminarlo. Un estudio de los participantes anteriores indica que el tiempo medio que se lleva completar el programa es de 500 h. y que esta variable aleatoria normalmente distribuida tiene una desviación estándar de 100 h.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un participante elegido al azar requiera más de 500 h. para completar el programa? Sol: 0,5
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome entre 500 h. y 650 h. para completar el programa de entrenamiento? Sol: 0,4332
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome más de 700 h. en completar el programa? Sol: 0,0228
- d) Suponga que el director del programa de entrenamiento desea saber la probabilidad de que un participante escogido al azar requiera entre 550 y 650 h. para completar el trabajo requerido en el programa. ¿Cuánto ha de ser ese valor? Sol: 0,2417
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tomará menos de 580 h. para completar el programa? Sol: 0,7881

f) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato escogido al azar se tome entre 420h.y 570 h. para completar el programa?
Sol: 0,5461

7) Dada una variable con distribución normal de media $\mu = 40$ y desviación estándar $\sigma = 6$ encuentre el valor de x que tiene:

- a) El 34% del área a la izquierda. Sol: 37,54
b) El 5% del área a la derecha. Sol: 49,87

8) Cierta tipo de pieza para automóvil tiene un promedio de duración de tres años, con una desviación estándar de 0,5 años. Suponga que las duraciones de las piezas están normalmente distribuidas y encuentre la probabilidad de que una pieza determinada tenga un tiempo de duración de más de 3,5 años.

Sol: 0,1587

9) Una fábrica de alimentos empaqueta productos cuyos pesos están normalmente distribuidos con media de 450 gramos y desviación estándar de 20 gramos. Encuentre la probabilidad de que un paquete escogido al azar pese entre 425 y 486 gramos.

Sol: 0,8585

10) En un proceso industrial el diámetro de una arandela es muy importante. El comprador establece en sus especificaciones que el diámetro debe ser de $3,0 \pm 0,01$ mm. La condición es que no acepta ninguna arandela que se salga de estas especificaciones. Se sabe que en el proceso el diámetro de las arandelas tienen distribución normal con media de 3,0 mm y una desviación estándar de 0,005 mm. ¿Qué porcentaje de arandelas será rechazado?.

Sol: 4,56%

11) Determine el área situada debajo de la curva normal estándar que está:

- a) A la izquierda de $z = 0,94$ Sol: 0,8264
b) A la derecha de $z = - 0,65$ Sol: 0,7422
c) A la derecha de $z = 1,76$ Sol: 0,0392
d) A la izquierda de $z = - 0,85$ Sol: 0,1977
e) Entre $z = - 0,87$ y $z = - 1,28$ Sol: 0,0919
f) Entre $z = - 0,34$ y $z = 0,62$ Sol: 0,3655

12) Determine las probabilidades de que una variable aleatoria tome un valor entre 12 y 15 dado que tenga una distribución normal con:

- a) $\mu = 10$ y $\sigma = 5$ Sol: 0,1859
b) $\mu = 20$ y $\sigma = 10$ Sol: 0,0966

13) Obtenga Z si:

- a) El área de la curva normal entre 0 y Z es 0,2019 Sol: $Z = \pm 0,53$
b) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,8810 Sol: $Z = -1,18$
c) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,0336 Sol: $Z = 1,83$
d) El área de la curva normal entre $-Z$ y Z es 0,2662 Sol: $Z = \pm 0,34$

14) La cantidad de radiación cósmica a la cual está expuesta una persona mientras vuela en avión es una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\mu = 4,35$ mrem y $\sigma = 0,59$ mrem. Determine las probabilidades de que una persona que va en este vuelo está expuesta a:

- a) Más de 5,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,1357
 b) Entre 3,00 y 4,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,2666

15) La cantidad real de café instantáneo que vierte una máquina en jarras de 4 onzas varía de una jarra a otra, y se puede fijar como una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\sigma = 0,04$ onzas. Si sólo el 2% de las jarras va a contener menos de 4 onzas de café. ¿Cuál debe ser el contenido medio de estas jarras?

Sol: $\mu = 4,082$ onzas.

16) Una empresa fabrica juntas teóricas para el trasbordador espacial de la NASA. Las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Un tipo de juntas ha de tener 5 centímetros de diámetro para que encaje como es debido; no puede variar arriba o abajo en más de 0,25 cm. sin provocar una fuga peligrosa. La empresa afirma que esta junta tiene 5 cm. de media con una desviación típica de 0,17 cm. Si estas cifras son correctas y se supone una distribución normal de los diámetros, los funcionarios de la NASA desean determinar:

- a) La proporción de juntas que se adaptarán correctamente. Sol: 0,8584
 b) La proporción de juntas que son defectuosas. Sol: 0,1416
 c) La probabilidad de que cualquier junta tenga un diámetro superior a 5,3 cm. Sol: 0,0392
 d) La probabilidad de que una junta tenga un diámetro comprendido entre 4,9 y 5,2 cm. Sol: 0,6034
 e) La probabilidad de que una junta elegida al azar tenga un diámetro entre 5,3 y 5,5 cm. Sol: 0,0376

17) Un estudio reciente reveló que el 64% de las mujeres mayores de 18 años, consideran a la nutrición la prioridad en su vida. Se seleccionó una muestra de 60 mujeres. Determinar la probabilidad de que:

- a) 32 o más consideren importante la dieta diaria. Sol: 0,9686
 b) 44 o más estimen que la alimentación es esencial. Sol: 0,0853
 c) Más de 32 pero menos de 43 consideren importante el aspecto dietético. Sol: 0,8084
 d) Exactamente 44 consideren fundamental la alimentación. Sol: 0,0348

18) Supóngase que X tiene una distribución probabilística binomial, con $n = 50$ y $p = 0,25$. Calcule:

- a) La media y la desviación estándar de la variable aleatoria. Sol: 12,5 y 3,06
 b) La probabilidad de que X valga 15 o más. Sol: 0,2578
 c) La probabilidad de que X valga 10 o menos. Sol: 0,2578

19) La empresa de asuntos fiscales Tax Service se especializa en las elaboraciones de declaraciones de impuestos federales. Una reciente auditoría de las declaraciones indicó que se cometió un error en el 10% de las que manifestó el año pasado. Suponiendo que tal tasa continúe en este periodo anual y elabore 60 declaraciones. ¿Cuál es la probabilidad de que realice:

- a) Más de 9 con errores? Sol: 0,0655
 b) Por lo menos 9 con errores? Sol: 0,1401

c) Exactamente 9 con errores? Sol: 0,0746

20) Un estudio realizado por el club de acondicionamiento físico Taurus Health Club, reveló que 30% de sus nuevos socios tienen un sobrepeso considerable. Una promoción de membresía en un área metropolitana dio como resultado la inscripción de 500 nuevos ingresantes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 175 o más de los nuevos socios tengan sobrepeso? Sol: 0,0084

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 140 o más de los miembros recientes tengan sobrepeso?

Sol: 0,8461

21) Los gastos mensuales en alimentación para familias de cuatro miembros en una ciudad grande son en promedio de \$420 con una desviación estándar de \$80. Si los gastos mensuales en alimentación siguen una distribución normal:

a) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$350? Sol: 18,94%

b) ¿Qué porcentaje de estos gastos está entre \$250 y \$300? Sol: 5,02%

c) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$250 o mayor de \$450? Sol: 36,86%

d) ¿Cuál es el gasto mayor en dólares que hace una familia que está entre el 25% de las familias que menos gastos realizan en alimentación? Sol: 366,4 dólares

22) Los salarios de los trabajadores en cierta industria son en promedio \$11,9 por hora y la desviación estándar de \$0,4. Si los salarios tienen una distribución normal. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador seleccionado al azar:

a) Reciba salarios entre \$10,9 y \$11,9? Sol: 0,4938

b) Reciba salarios inferiores a \$11? Sol: 0,0122

c) Reciba salarios superiores a \$12,95? Sol: 0,0043

d) ¿Cuál debe ser el salario menor que gana un trabajador que se encuentra entre el 10% de los trabajadores que más ganan? Sol: \$12,412

e) Si el dueño de la industria va a aumentarle el salario al 15% de los trabajadores que menos ganan. ¿Cuál será el salario máximo que deberá ganar un trabajador para ser beneficiado con el aumento? Sol: \$11,484

23) Se encontró que en un conjunto de calificaciones de exámenes finales en un curso tenía distribución normal con media 73 puntos y desviación estándar de 8 puntos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una calificación no mayor de 91 puntos en este examen?

Sol: 0,9878

b) ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo una calificación entre 65 y 89 puntos?

Sol: 81,85%

c) ¿Cuál fue la calificación superada sólo por 5% de los estudiantes que hicieron el examen?

Sol: 86,16 puntos

d) El profesor sigue el siguiente criterio: Le otorga A a los estudiantes que están ubicados en el 10% de las mejores notas del grupo y usted saca 81 puntos. Suponga que se realiza otro examen en el que la media es 62 y la desviación es 3 y usted saca 68 puntos. ¿En cuál de los 2 exámenes usted queda mejor calificado?. ¿Por qué?

Sol: En el segundo examen, que obtuvo A

24) Un análisis indica que la duración de las llamadas telefónicas en cierta localidad tienen una distribución normal con media de 240 segundos y varianza de 1600 segundos².

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada cualquiera dure menos de 180 seg? Sol: 0,0668

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure entre 180 y 300 seg.? Sol: 0,8664
 c) Si se consideran 1000 llamadas. ¿Cuántas cree usted que durarán menos de 180 seg.? Sol: 67
 d) ¿Cuál es la duración de la llamada más larga de aquellas que conforman el 1% de las más breves? Sol: 146,8 seg.
 e) La central telefónica de la localidad ha decidido cobrar un impuesto adicional al 5% de las llamadas de mayor duración. ¿Cuánto será el tiempo máximo que puede llamar una persona para que no le sea cobrado impuesto? Sol: 305,8 seg.

25) El estadounidense adulto hombre tiene una estatura promedio 5 pies y 9 pulgadas con una desviación estándar de 3 pulgadas. (Nota: 1 pie corresponde a 12 pulgadas)

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea mayor de 6 pies? Sol: 0,1587
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea menor de 5 pies? Sol: 0,0013
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre esté entre 6 y 9 pies? Sol: 0,1587
 d) ¿Cuál es la estatura menor de que tiene un hombre que está en el 10% de los hombres más altos? Sol: 6,07 pies
 e) Calcule el rango intercuantil de la estatura de los hombres estadounidenses. Sol: 0,335 pies

26) El tiempo necesario para terminar un examen final en determinado curso se distribuye normalmente con una media de 80 minutos y una desviación de 10 minutos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de terminar el examen en una hora o menos? Sol: 0,0228
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine el examen entre 60 y 85 minutos? Sol: 0,6687
 c) Suponga que en el curso hay 60 alumnos y que el tiempo del examen es de 90 minutos. ¿Cuántos alumnos se espera que no puedan terminar el examen en el tiempo indicado? Sol: entre 9 y 10 alumnos

27) El volumen de acciones negociadas en la Bolsa es normal con una media de 646 millones de acciones y una desviación de 100 millones de acciones.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado sea menor de 400 millones? Sol: 0,0069
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado de acciones oscile entre las 400 y las 600 acciones? Sol: 0,3159
 c) Si la Bolsa quiere emitir un boletín de prensa sobre el 5% de los días más activos ¿Qué volumen publicará la prensa? Sol: 810,5 millones de acciones

28) Las calificaciones de las pruebas de admisión de una Universidad tienen distribución normal con una media de 450 y desviación típica de 100 puntos.

- a) ¿Qué porcentaje de las personas presentan calificaciones entre 400 y 500 puntos? Sol: 38,3%
 b) Suponga que la calificación de una persona es de 630. ¿Qué porcentaje de las personas tienen mejores calificaciones? Sol: 3,59%
 c) Si la Universidad no admite alumnos con menos de 480 puntos de calificación. ¿Qué porcentaje de personas que presentan el examen califican para entrar a la Universidad? Sol: 38,21%

29) Se sabe que el 10% de las unidades producidas por un proceso de fabricación resultan defectuosas. De la producción total de un día se seleccionan 400 unidades aleatoriamente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 35 de ellas sean defectuosas? Sol: 0,8212

b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 40 y 50 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas?
Sol: 0,4918

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 34 y 48 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas?
Sol: 0,7821

30) Se toma una muestra de 100 trabajadores de una gran empresa para estudiar su actitud frente a un cambio en el método de trabajo. Si el 60% de todos los trabajadores de la empresa están a favor del cambio. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 50 de los miembros de la muestra estén a favor?
Sol: 0,0162

31) Una encuesta citó a los distribuidores de los automóviles Chevrolet y Toyota como los dos mejores en lo que respecta a servicio al cliente. Sólo el 4% de sus clientes mostró cierta inconformidad con la agencia. Si se toma una muestra de 250 clientes

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 12 clientes o menos tengan cierta inconformidad con la agencia?
Sol: 0,7910

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 5 o más clientes estén descontentos con la agencia?
Sol: 0,9625

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 6 y 10 clientes (ambas inclusive) estén descontentos con la agencia?
Sol: 0,4901

32) La tasa real de desempleo es de 15%. Suponga que se seleccionan al azar 100 personas en posibilidad de trabajar.

a) ¿Cuál es la cantidad esperada de desempleados?
Sol: 15

b) ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar de los desempleados?
Sol: 12,75 y 3,75

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 6 estén desempleados?
Sol: 0,9961

d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 10 y 15 desempleados?
Sol: 0,4939

33) Un hotel tiene 120 habitaciones. En los meses de primavera, la ocupación del hotel es de 75%.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos se ocupe la mitad de los cuartos ese día?

Sol: aprox. 1

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 100 o más cuartos ese día?
Sol: 0,0228

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 80 cuartos o menos ese día?
Sol: 0,0228

34) Se sabe que el 30% de los clientes de una tarjeta de crédito a nivel nacional dejan en cero sus saldos para no incurrir en intereses morosos. En una muestra de 150 poseedores de esa tarjeta:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que de 40 a 60 clientes paguen sus cuentas antes de incurrir en el pago de intereses?
Sol: 0,8336

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 30 clientes o menos paguen sus cuentas antes de incurrir en pago de intereses?
Sol: 0,0049

Distribuciones de Muestreo

Distribuciones de Muestreo para Medias

1) Empresas Liendo comercializa su producto en todo el mundo. Como gran parte de su negocio se realiza por teléfono, es importante minimizar cualquier demora que los clientes puedan experimentar cuando intentan ponerse en contacto con el personal de ventas de la empresa. El director ejecutivo de la empresa averiguó que en su central telefónica entraron en la mañana 6 llamadas. A causa de la insuficiencia de personal, las demoras de cada cliente en hablar con la oficina de ventas fueron 20, 12, 17, 15, 18 y 15 minutos.

a) Si el director ejecutivo tuviera que elegir una muestra de 2 llamadas ¿Cuántas muestras habría en la distribución muestral?

Sol: $C_{6,2} = 15$.

b) Construir la distribución muestral:

c) Determinar la probabilidad de que:

(a) Se elijan como muestra las 2 demoras mas largas

Sol: 1/15

(b) Se incluya en la muestra la demora de 17 minutos

Sol: 1/3

d) Determinar la media y el error típico de la distribución muestral

Sol: media: 16,167 min. y error típico: 1,612 minutos

2) Una población tiene 200 de media y 50 de desviación estándar. Se tomará una muestra aleatoria simple de tamaño 100, y se usará la media de la muestra \bar{x} para estimar la media de la población.

a) ¿Cuál es el valor esperado de \bar{x} ?

Sol: 200

b) ¿Cuál es la desviación estándar de \bar{x} ?

Sol: 5

3) Una población tiene una media de 200 y una desviación estándar de 50. Supongamos que se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño 100, y que se usa \bar{x} para estimar μ .

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de ± 5 o menos de la media de la población?

Sol: 0,6826

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de ± 10 o menos de la media de la población?

Sol: 0,9544

4) El precio de la media por galón de gasolina regular vendida en Estados Unidos es de 1,20 dólares. Suponga que el precio de la media de la población es 1,20 dólares por galón, y que la desviación estándar de la población es 0,10 dólares. También suponga que se seleccionará una muestra aleatoria de 50 gasolineras y que se calcula un precio de la media de la muestra con los datos reunidos en esas gasolineras.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra aleatoria simple produzca una media de la muestra a 0,02 dólares o menos de la media de la población?

Sol: 0,8472

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra aleatoria simple produzca una media de la muestra de 0,01 dólares o menos de la media de la población?

Sol: 0,5222

5) En 1993 las mujeres tomaron un promedio de 8,5 semanas sin goce de sueldo en sus trabajos, después del nacimiento de su bebé. Suponga que 8,5 semanas es la media de la población y que 2,2 semanas es la desviación estándar de la población.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria simple de 50 mujeres arroje una media de muestra de permiso sin goce de sueldo entre 7,5 y 9,5 semanas?

Sol: 1

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa muestra tenga una media de entre 8 y 9 semanas?

Sol: 0,8926

6) Se informa en la revista Business Week que entre sus suscriptores, los que planean comprar un automóvil nuevo durante los próximos 12 meses pretenden gastar un promedio de 27100 dólares. Suponga que el precio del nuevo vehículo, para la población de suscriptores de Business Week, tiene una media de 27100 dólares y que su desviación estándar es de 5200 dólares.

¿Cuál es la probabilidad de que el precio de la media de la muestra del nuevo vehículo quede a 1000 dólares o menos de la media de la población, si la muestra es de 30 suscriptores?

Sol: 0,7062

7) Fortune publicó que el efecto de compras apalancadas es difícil de detectar. En 1988 el valor medio de las empresas de Fortune 500 que se compraron fue de 3,51 miles de millones de dólares. Con una desviación típica de 1,92 miles de millones de dólares.

a) Si se toma una muestra de 64 empresas. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea superior a 3,65 miles de millones de dólares?

Sol: 0,2810

b) ¿Qué porcentaje de todas las muestras posibles de tamaño de 64 dará como resultado una $\bar{x} > 3,65$?

Sol: 28,10%

c) Si se tomó una muestra de $n = 64$ y se obtuvo una $\bar{x} = 3,90$. ¿Qué se podría deducir?

Sol: Como la probabilidad de elegir una muestra que dé una \bar{x} mayor que 3,9 es muy pequeña (0,0516) entonces pudo ocurrir cualquiera de las 3 situaciones siguientes:

- 1.- La muestra esta sesgada
- 2.- Los datos de Fortune están equivocados y $\mu > 3,51$
- 3.- La muestra es muy rara ya que sólo existirá el 5,16% de las veces.

d) Si los datos de Fortune son correctos. ¿Cuál es la probabilidad de que si se toma una muestra de 100 empresas, el error de muestreo sea superior a 500 millones de dólares?

Sol: 0,0094

8) Autoridades de la administración de Washington acaban de expresar su preocupación sobre el exceso de gasto en contratos militares. Estos gastos no planificados han costado a los contribuyentes norteamericanos miles de millones de dólares anuales. El presidente nombró un comité de expertos que estimase la cantidad media que cada contrato cuesta por encima de la

cantidad acordada. El comité ha determinado ya que la desviación típica de los costos excesivos es de 17500 millones de dólares y que parecen seguir una distribución normal.

a) Si se elige una muestra de 25 contratos. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral haga una estimación de la media poblacional que la supere en 10000 millones de dólares o más?

Sol: 0,0021

b) El presidente aceptará un error hasta de 5000 millones de dólares en la estimación de μ . ¿Cuál es la probabilidad de que reciba una estimación del comité dentro del intervalo especificado?

Sol: 0,8472

9) Un taller mecánico local factura 110 dólares de media cuando realiza una reparación determinada. Los datos indican desviación típica de 21,50 dólares en las facturas. Hace poco un cliente se quejaba de que su factura de 115,50 dólares era excesiva. Después de mucho debatir, el mecánico estuvo de acuerdo en devolver el dinero si una muestra de 36 trabajos similares revelaba una facturación media inferior a la del cliente. ¿El mecánico fue prudente al ofrecer este arreglo?

Sol: No fue prudente, $P(\bar{x} < 115,5) = 0,9382$

10) En un ejercicio de informática que se encomienda a la clase de estadística de primer curso, los estudiantes tienen una media de errores de 14,2 con una desviación típica de 4,3

a) ¿Cuál es la probabilidad de que usted (o cualquier otro estudiante) tenga más de 13 errores en su ejercicio si se sabe que los errores siguen una distribución normal?

Sol: 0,6103

b) Si no se sabe si los errores están distribuidos normalmente. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 36 estudiantes tenga una media superior a 13 errores?

Sol: 0,9525

c) ¿Por qué son diferentes las 2 respuestas anteriores?

Sol: la distribución de las \bar{x} es menor en la parte b porque $\sigma > \sigma_{\bar{x}}$

d) ¿Por qué era necesaria la hipótesis de normalidad en la parte (a) y no en la parte (b)?

Sol: con $n > 30$, el teorema central del límite admite la hipótesis de normalidad.

11) En una muestra de 25 observaciones de una distribución normal con una media de 98,6 y una desviación de 17,2.

a) ¿Cuál es $P(92 < \bar{x} < 102)$?

Sol: 0,8115

b) Encuentre la probabilidad correspondiente dada una muestra de 36.

Sol: 0,8703

12) En una distribución normal con media 375 y desviación estándar de 48. ¿Qué tan grande se debe tomar una muestra para que la probabilidad sea al menos de 0,95 de que la media de la muestra se encuentre entre 370 y 380?

Sol: Al menos de 355

13) El costo promedio de un estudio en condominio en el desarrollo Cedar Lakers es de 62000 dólares con una desviación estándar de 4200 dólares.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un condominio en este desarrollo cueste al menos 65000 dólares?

Sol: 0,2389

b) ¿La probabilidad de que el costo promedio de una muestra de dos condominios sea al menos de 65000 dólares, es mayor o menor que la probabilidad de que un condominio cueste eso?. ¿En qué cantidad?.

Sol: Menor (0,1562), la disminución es en 0,0827 (se obtiene de 0,2389 – 0,1562)

14) Calvin Ensor, presidente de la General Telephone Corps., está preocupado por el número de teléfonos producidos por su empresa que tienen auriculares defectuosos. En promedio, 110 teléfonos al día son devueltos por este problema, con una desviación estándar de 64. El señor Ensor ha decidido que a menos que pueda estar 80% seguro de que, en promedio, no se devolverán más de 120 teléfonos al día durante los siguientes 48 días, ordenará una reparación general del proceso. ¿Se ordenará la reparación general?.

Sol: $P(\bar{x} < 120) = 0,8599$ y como $0,8599 > 0,8$ entonces no se ordenará la reparación general

15) Un técnico de laboratorio de rayos X toma lecturas de su máquina para asegurarse de que ésta se apega a las guías de seguridad federal. Sabe que la desviación estándar de la cantidad de radiación emitida por la máquina es de 150 milirems, pero desea tomar lecturas hasta que el error estándar de la distribución de muestreo no sea mayor de 25 milirems. ¿Cuántas lecturas debe tomar?

Sol: como mínimo 36 lecturas.

16) Una refinería de aceite tiene monitores de apoyo para llevar un control continuo de los flujos de la refinería y para impedir que los desperfectos de las máquinas interrumpan el proceso de refinado. Un monitor en particular tiene una vida promedio de 4300 horas con una desviación estándar de 730 horas. Además del monitor principal, la refinería ha instalado dos unidades de reserva, que son duplicados de la principal. En caso de un funcionamiento defectuoso de uno de los monitores, el otro tomará automáticamente su lugar. La vida operativa de cada monitor es independiente de la de los otros.

a) ¿Cuál probabilidad de que un conjunto dado de monitores dure al menos 13000 horas?

Sol: 0,4681

b) ¿A lo más 12630 horas?

Sol: 0,4168

17) De una población de 125 elementos con una media de 105 y una desviación estándar de 17, se eligieron 64 elementos.

a) ¿Cuál es el error estándar de la media?

Sol: 1,49

b) ¿Cuál es la probabilidad $P(107,5 < \bar{x} < 109)$?

Sol: 0,0428

18) Un equipo de salvamento de submarino se prepara para explorar un sitio mar adentro, frente a la costa de Florida donde se hundió una flotilla entera de 45 galeones españoles. A partir de registros históricos, el equipo espera que estos buques naufragados generen un promedio de 225000 dólares de ingresos cada uno cuando exploren, con una desviación estándar de 39000

dólares. El patrocinador del equipo, sin embargo, se muestra escéptico, y ha establecido que si no se recuperan los gastos de exploración que suman 2100000 dólares con los primeros nueve galeones naufragados, cancelará el resto de la exploración. ¿Cuál es la probabilidad de que la exploración continúe una vez explorados los nueve primeros barcos?

Sol: 0,2389

19) Sara Gordon encabeza una campaña de recolección de fondos para el Milford College. Desea concentrarse en la actual reunión del décimo año, y espera obtener contribuciones de 36% de los 250 miembros de esa clase. Datos anteriores indican que aquellos que contribuyen a la donación de la reunión del décimo año donarán 4% de sus salarios anuales. Sara cree que los miembros de la clase tienen un salario anual promedio de 32000 dólares con una desviación estándar de 9600 dólares. Si sus expectativas se cumplen (36% de la clase dona 4% de sus salarios), ¿cuál es la probabilidad de que la donación esté entre 110000 y 120000 dólares?

Sol: 0,9120

Distribuciones de Muestreo para Proporciones

1) La proporción de una población es de 0,40. Se tomará una muestra aleatoria simple de tamaño 200 y se usará la proporción p de la muestra para estimar la población.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,03$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,6156

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,8530

2) El presidente de distribuidores Díaz, S.A. cree que el 30% de los pedidos a su empresa provienen de clientes nuevos. Se va a usar una muestra aleatoria simple de 100 pedidos para comprobar lo que dice, que $\pi = 0,30$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de p esté entre 0,20 y 0,40 inclusive?

Sol: 0,9708

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,7242

3) Suponga que el 15% de los artículos que se producen en una línea de ensamble son defectuosos, pero que el gerente de producción no se ha enterado. También suponga que el departamento de aseguramiento de la calidad prueba 50 piezas para determinar la calidad de la operación de armado. Sea p la proporción muestral de piezas defectuosas que encontró la prueba de aseguramiento de calidad.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de la muestra esté a $\pm 0,03$ o menos de la proporción de piezas defectuosas en la población?

Sol: 0,4448

b) Si la prueba indica que $p = 0,10$ o más, de piezas defectuosas, la línea de ensamble se para y se investiga la causa de los defectos. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra de 50 piezas lleve a la conclusión de que debe pararse la línea de ensamble?

Sol: 0,8389

4) Si bien la mayoría de las personas cree que el desayuno es el alimento más importante del día, el 25% de los adultos no desayuna. Suponga que la proporción poblacional es 0,25 y que p es la proporción muestral de adultos que no desayunan, determinada con una muestra de 200 adultos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral quede a $\pm 0,03$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,6730

b) ¿Cuál es esa probabilidad con $\pm 0,05$ o menos?

Sol: 0,8968

5) Una encuesta realizada en 1993 por Datamotion encontró que el 34% de los encuestados utilizaban aplicaciones basadas en Windows en su computadora.

a) Si se toma una muestra de 500, ¿cuál es la probabilidad de que el error muestral sea superior al 3%?

Sol: 0,1528

b) Si se toma una muestra de 1000. ¿Cuál es la probabilidad de que el error muestral sea superior al 3%?

Sol: 0,0456

6) Las cifras nacionales indican que el 32% de los estudiantes suspenden en su primer examen de estadística, si se eligen al azar 100 estudiantes. ¿Cuál es la probabilidad de que suspendan más de 40?

Sol: 0,0436

7) Se colocan las 5 cartas que se utilizan para estudiar la percepción extrasensorial boca abajo en una mesa. Un amigo suyo afirma que tiene percepción extrasensorial y usted elige una carta al azar sin revelar cuál es a su amigo. De 200 intentos, él adivina correctamente 54 cartas. ¿Cree que su amigo tiene percepción extrasensorial?

Nota: para este tipo de experimentos el total de cartas son siempre 5 (cuadrado, círculo, líneas onduladas, triángulo, cruz) y luego de cada intento se revuelven las cartas para seguir con el siguiente.

Sol: $p = 0,0062$. Sí tiene percepción extrasensorial, la probabilidad de tener esa proporción es muy pequeña.

8) Suponga que usted es el dueño de una empresa que produce vasos de vidrio y que sus clientes le exigen que el 90% como mínimo de sus productos carezcan de defectos. En una muestra de 500 se detectan 31 defectos. ¿Satisface usted las especificaciones de sus clientes?

Sol: $p = 0,0023$. Probablemente sí satisface las especificaciones, la probabilidad de tomar una p con esa proporción es muy pequeña por lo que es difícil que una muestra aleatoria la cumpliera.

9) Una tienda por departamentos ha estimado que el 17% de todas las compras realizadas durante la campaña de Navidad son devueltas. Si una tienda vende 150 videojuegos. ¿Cuál es la probabilidad de que el 20% como máximo sean devueltos?

Sol: 0,1660

Distribución muestral de la media y la proporción (ejercicios varios)

1) Una encuesta demostró que una familia de 4 miembros en EU gasta \$215 diarios como promedio en sus vacaciones con una desviación de \$85. Suponga que se selecciona una muestra de 40 familias para cierto estudio.

a) Determine la distribución de muestreo de la media muestral.

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = \$215$ y $\sigma_{\bar{x}} = \$13,44$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor de \$200?

Sol: 0,1314

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor de \$229?

Sol: 0,1492

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté a \$20 o menos de la media poblacional?

Sol: 0,8638

2) La media del sueldo anual de graduados de una Universidad es de \$30000 al año con una desviación de \$2000.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de graduados de estudiantes tenga su salario medio anual a $\pm \$250$ o menos de la media poblacional si la muestra es de 30, 100 o 400 estudiantes?

Sol: 0,5034 ; 0,7888 ; 0,9876

b) ¿Qué tamaño de muestra de esas 3 considera más adecuado. ¿Por qué?

Sol: La mayor, porque disminuye el error estándar y en consecuencia se obtendrá una mayor probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de los límites especificados respecto a la media de la población.

3) Una biblioteca presta un promedio de 320 libros por día, con desviación estándar de 75 libros. Se tiene una muestra de 30 días de funcionamiento

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la media muestral?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 320$ libros y $\sigma_{\bar{x}} = 13,69$ libros

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra esté entre 300 y 340 libros inclusive?

Sol: 0,8558

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea de 325 libros o más?

Sol: 0,3557

4) Se espera que el diámetro de las pelotas de ping-pong fabricadas en una planta grande tenga una distribución normal aproximada con media de 1,30 pulgadas y desviación de 0,04 pulgadas. Si se seleccionan muchas muestras de tamaño 16.

a) ¿Cuál será la distribución de la media muestral?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 1,30$ pulg. y $\sigma_{\bar{x}} = 0,01$ pulg.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 1,28 y 1,30 pulgadas inclusive?

Sol: 0,4772

c) ¿Entre que valores estará el 60% central de las medias muestrales?

Sol: 1,2916 y 1,3084 pulg.

d) ¿Qué es más probable que ocurra: conseguir una pelota con más de 1,34 pulgadas en una muestra de tamaño 4 o una de más de 1,31 pulgadas en una muestra de 16?

Sol: Conseguir una de más de 1,31 pulgadas en una muestra de 16.

5) El tiempo que un cajero se tarda con cada cliente tiene una distribución normal con media poblacional de 3,10 minutos y una desviación estándar de 0,4 minutos. Si se selecciona una muestra de 16 clientes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio que pasa con cada cliente sea de al menos 3 minutos?

Sol: 0,8413

b) El 15% de los cajeros que atienden en menos tiempo a los clientes recibirán un reconocimiento. ¿Cuál es el tiempo máximo que podrá tardarse un cajero en atender a un cliente para recibir tal reconocimiento?

Sol: 2,99 minutos

6) El tiempo que se usa el correo electrónico por sesión tiene una distribución normal con media de 8 minutos y varianza de 4 minutos². Si se seleccionan muestras de 25 correos:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra cualquiera esté entre 7,8 y 8,2 minutos inclusive?

Sol: 0,3830

b) ¿Qué es más probable que ocurra, una media muestral mayor de 9 minutos en una muestra de 25 sesiones, o una media muestral mayor de 8,6 minutos en una muestra de 100 sesiones?

Sol: Una media mayor de 9 minutos en una muestra de 25 sesiones.

7) Se fabrican bolsas de plástico para empacar verduras de manera que la resistencia a roturas tenga una media de 5 libras por pulgada cuadrada y desviación estándar de 1,5 libras por pulgada cuadrada. Si se selecciona una muestra de 25 bolsas. ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia promedio:

a) Esté entre 5 y 5,5 libras por pulgada cuadrada inclusive?

Sol: 0,4525

b) Sea menor que 4,2 libras por pulgada cuadrada?

Sol: 0,0038

c) ¿Entre cuáles dos valores simétricos respecto a la media estará el 95% de las resistencias promedios?

Sol: 4,412 y 5,588 libras por pulg².

d) ¿Cuál sería las respuestas de a) y b) si la desviación fuese una libra por pulgada cuadrada?

Sol: 0,4938 y aproximadamente 0.

8) Se considera que el 30% de los pedidos a una empresa provienen de nuevos clientes. Se va a usar una muestra aleatoria simple de 100 pedidos para corroborar esta idea.

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la proporción en este caso?

Sol: Normal con $E(\bar{p}) = 0,3$ y $\sigma_{\bar{p}} = 0,046$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté entre 0,2 y 0,4 inclusive?

Sol: 0,9708

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,7242

9) Determinado municipio tiene una tasa de desempleo de 9%. Una agencia estatal lleva a cabo una encuesta mensual de 800 individuos para vigilar la tasa de desempleo en el municipio

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la proporción de desempleados?

Sol: Normal con $E(p) = 0,09$ y $\sigma_p = 0,0101$.

b) ¿Cuál es la probabilidad de observar una proporción muestral de al menos 8%?

Sol: 0,8389

c) ¿Cuál es la probabilidad de observar una proporción muestral entre 3 y 5%?

Sol: aprox. 0

10) El tiempo que dedican a estudiar los alumnos de cierta universidad de la semana anterior a los exámenes finales sigue una distribución normal con una desviación típica de ocho horas. Se toma una muestra aleatoria de cuatro estudiantes con el fin de estimar el tiempo medio de estudio para esta población de estudiantes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de dos horas?

Sol: 0,3085

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté a más de tres horas por debajo de la media poblacional?

Sol: 0,2266

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en más de cuatro horas?

Sol: 0,3174

11) Las tasas de rentabilidad de cierto tipo de acciones siguen una distribución normal con una desviación típica de 3,8. Se extrae una muestra de tales acciones con el fin de estimar el precio medio. ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para asegurarnos de que la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en una cantidad superior a 1 sea menor o igual a 0,1?

Sol: al menos de 40 acciones

12) El dueño de una tienda de discos ha comprobado que el 20% de los clientes que entran a su tienda realizan alguna compra. Cierta mañana entraron en la tienda 180 personas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea menor de 0,15?

Sol: 0,0468

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 0,20?

Sol: 0,5

13) En un determinado año las tasas de rentabilidad de las acciones de las compañías eléctricas siguieron una distribución normal con una media de 14,8 y desviación de 6,3. Se extrae una muestra aleatoria de nueve de estas acciones

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral de la tasa de rentabilidad sea mayor de 19?

Sol: 0,0228

b) Se hará un estudio al 25% de aquellas compañías cuya tasa de rentabilidad sean menores. ¿Cuál es la mayor tasa que puede tener una compañía para ser incluida en el estudio?

Sol: 13,393

c) Se considerará que una compañía tiene una tasa estándar de rentabilidad si se encuentra en el 50% central de la distribución de tasas de rendimiento. ¿Cuáles son los valores mínimo y máximos de tasas de rendimiento que puede tener una compañía para estar dentro de los límites de la tasa estándar?

Sol: 13,393 y 16,207

14) Los candidatos a empleados del departamento de bomberos de cierta ciudad han de realizar un examen de actitudes. Las puntuaciones en dicho examen tienen una media de 280 puntos y una desviación de 60 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 40 puntuaciones de estos exámenes.

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la media?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 280$ puntos. y $\sigma_{\bar{x}} = 9,487$ puntos.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral de las puntuaciones sea menor que 270?

Sol: 0,1469

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media se encuentre entre 250 y 270?

Sol: 0,1469

15) Supongamos que la media y la desviación estándar de la cuota pagada mensualmente por los 500 estudiantes de bachillerato que tiene un pueblo es de \$40. Se toma una muestra de 45 estudiantes.

a) ¿Cuál es el error estándar de la muestra?

Sol: 5,69

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de \$5?

Sol: 0,2005

16) El tiempo que dedican a estudiar los 300 alumnos de 1er año de una carrera tiene una distribución normal con media de 2 horas diarias y desviación de 0,25 horas. Se seleccionan 13 estudiantes de este año.

a) Calcule la probabilidad de que el tiempo medio de estudio para la muestra sea menor de 1 hora y media a la semana.

Sol: aproximadamente 0

b) El profesor que está a cargo de la investigación considera que el tamaño de muestra disponible es muy pequeño, y ha dicho que aceptará las conclusiones de la investigación si la probabilidad de que la media muestral difiera de la poblacional en más de 15 minutos es menor o igual a 0,2. ¿Cree usted que el profesor aceptará los resultados?. Justifique su respuesta.

Sol: Si los aceptará

17) Un proceso industrial produce lotes de un cierto producto químico cuyos niveles de impurezas siguen una distribución normal con una desviación típica de 1,6 gramos por cada 100 gramos del producto químico. Se selecciona una muestra de 100 lotes a fin de estimar la media poblacional del nivel de impurezas.

a) Si 0,05 es la probabilidad de que la media muestral del nivel de impurezas exceda a la media poblacional. ¿En qué cantidad debe ser ese cambio?

Sol: un aumento de 0,2632 gr.

b) Si 0,1 es la probabilidad de que la media muestral del nivel de impurezas esté por debajo de la media poblacional. ¿En qué cantidad debe ser ese cambio?

Sol: una disminución de 0,2048 gr.

18) Supongamos que la desviación típica de la cuota pagada mensualmente por los estudiantes de cierta ciudad americana es de \$40. Se toma una muestra de 100 estudiantes con el fin de estimar la renta media pagada mensualmente por el total de la población de estudiantes.

a) ¿Cuál es el error estándar de la media muestral?

Sol: 4

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de \$50?

Sol: aproximadamente 0

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté más de \$4 por debajo de la media poblacional?

Sol: 0,1587

19) En cierta ciudad americana hay 400 agentes que se dedican al negocio de venta de propiedades. El valor medio de las propiedades vendidas por estos agentes en un año es de \$800000 y su desviación típica de \$300000. Se selecciona una muestra de 100 agentes y se anota el valor de las propiedades que han vendido en un año.

¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor que \$825000?

Sol: 0,2033

20) El volumen que una máquina de llenado automático deposita en latas de una bebida gaseosa tiene una distribución normal con media 34 cl. y desviación típica 1,5 cl.

a) Si se desechan aquellas latas que tienen menos de 33 cl., ¿cuál es la proporción de latas desechadas?

Sol: 0,2514

b) La máquina de llenado puede ser ajustada para cambiar el volumen medio μ de llenado. Suponiendo que la desviación típica no varía, ¿qué valor debería adoptar μ para que únicamente el 1% de las latas tuvieran menos de 33 cl.?

Sol: 36,5

Estimaciones Puntuales y por Intervalos

Estimaciones de la Media

1) Después de recolectar una muestra de 250 elementos de una población con una desviación estándar conocida de 13,7; se encuentra que la media es de 112,4.

a) Encontrar un intervalo de confianza de 95% para la media.

Sol: $112,4 \pm 1,698$

b) Encontrar un intervalo de confianza de 99% para la media.

Sol: $112,4 \pm 2,231$

2) De una población de 540 individuos, se toma una muestra de 60. A partir de esta muestra, se encuentra que la media es de 6,2 y la desviación estándar de 1,368.

a) Encuentre el error estándar estimado de la media.

Sol: 0,167

b) Construya un intervalo de confianza de 96% para la media.

Sol: $6,2 \pm 0,342$

3) Jesús es un corredor de la Bolsa de Valores y tiene curiosidad acerca de la cantidad de tiempo que existe entre la colocación de una orden de venta y su ejecución. Jesús hizo un muestreo de 45 órdenes y encontró que el tiempo medio para la ejecución fue de 24,3 minutos, con una desviación estándar de 3,2 minutos. Ayude a Jesús en la construcción de un intervalo de confianza de 95% para el tiempo medio para la ejecución de una orden.

Sol: $24,3 \pm 0,934$ minutos

4) La jefa de policía María Fernández recientemente estableció medidas enérgicas para contrarrestar a los traficantes de droga de su ciudad. Desde que se pusieron en funcionamiento dichas medidas, han sido capturados 750 de los 12368 traficantes de droga de la ciudad. El valor promedio, de las drogas decomisadas a estos traficantes es de 250000 dólares. La desviación estándar del valor en dólares de la droga de esos 750 traficantes es de 41000 dólares. Construya para la jefa María un intervalo de confianza de 90% para el valor medio de los estupefacientes que están en manos de los traficantes de drogas de la ciudad.

Sol: $250000 \pm 2387,001$ dólares

5) Las autoridades de la parte norte del condado de Naguanagua han encontrado, para consternación de los comisionados del condado, que la población posee severos problemas relacionados con su placa dental. Cada año, el departamento de salud dental local examina una muestra tomada de los habitantes del condado y registra la condición de la dentadura de cada paciente en una escala que va del 1 al 100, en la que 1 indica que no hay dentadura y 100 indica que la dentadura está en excelentes condiciones. En el presente año, el departamento de salud dental examinó a 21 pacientes y encontró que tenían un resultado de revisión dental de 72, con una desviación estándar de 6,2. Construya para el gobierno del condado un intervalo de confianza de 98% para la media del resultado de revisión dental de la parte norte de Naguanagua.

Sol: $72 \pm 3,420$

6) La siguiente muestra de 8 observaciones fue tomada de una población infinita con distribución normal: 75,3 ; 76,4 ; 83,2 ; 91,0 ; 80,1 ; 77,5 ; 84,8 ; 81,0.

a.- Encuentre la media.

Sol: 81,163

b.- Estime la desviación estándar de la población.

Sol: 5,0938

c.- Construya un intervalo de confianza de 98% para la media.

Sol: $81,163 \pm 5,399$

7) La senadora Martha Bermúdez ha ordenado que se haga una investigación acerca del gran número de accidentes de bote que han ocurrido en el estado durante los últimos veranos. Actuando bajo sus instrucciones, su ayudante, Juan Carlos, ha seleccionado aleatoriamente 9 meses veraniegos en un período que abarca los últimos años y ha recabado datos acerca de los accidentes de bote que han ocurrido en cada uno de tales meses. El número medio de accidentes que se presentaron en los 9 meses fue de 31, y la desviación estándar de esta muestra fue de 9 accidentes de bote por mes. Se le pidió a Juan Carlos que construya un intervalo de confianza de 90% para el número real de accidentes por mes, pero él mismo sufrió un accidente de bote recientemente, por lo que usted tendrá que terminar su trabajo. ¿Cuál es el intervalo de confianza pedido?

Sol: $31 \pm 5,58$ accidentes.

8) Una tienda adquirió recientemente una carga de camión de 1500 cajas, de 24 onzas cada una, de cereal para el desayuno. Una muestra aleatoria de 57 de estas cajas reveló un peso neto promedio de 23,2 onzas y una desviación estándar de 0,3 onzas.

(a) Estime la desviación estándar de la población

Sol: 0,3 onzas.

(b) Estime el error estándar de la media para esta población finita

Sol: 0,0389 onzas.

(c) ¿Cuáles son los límites inferior y superior del intervalo de confianza para el peso neto medio, dado que se requiere un nivel de confianza de 0,95?

Sol: $23,2 \pm 0,0762$ onzas.

Estimaciones de la Proporción.

1) Una muestra de 70 ejecutivos de una empresa fue investigada con respecto al pobre desempeño que ésta tuvo en noviembre, 65% de los ejecutivos creía que la disminución en las ventas se debió al alza inesperada de la temperatura, lo cual trajo como consecuencia que los consumidores retardaran la adquisición de productos de invierno.

a.- Estime el error estándar de la proporción de ejecutivos que culpan de las ventas bajas al clima cálido.

Sol: 0,057

b.- Encuentre el límite superior e inferior de confianza para esta porción, dado un nivel de confianza igual a 0,95.

Sol: $0,65 \pm 0,11$

2) Michael Gordon, un jugador profesional de basketball, lanzó 200 tiros de castigo y encestró 174 de ellos.

a.- Estime el error estándar de la proporción de todos los tiros que Michael encesta.

Sol: 0,023

b.- Construye un intervalo de confianza de 98% para la proporción de todos los tiros de castigo que Michael encesta.

Sol: $0,87 \pm 0,053$

3) El dueño de una empresa investigó aleatoriamente 150 de las 3000 cuentas de la compañía y determinó que 60% de éstas estaban en una posición excelente.

a.- Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la proporción de cuentas que están en posición excelente.

Sol: $0,60 \pm 0,0784$

b.- Basándose en el inciso anterior, ¿Qué tipo de estimación de intervalo podría usted dar para el número absoluto de cuentas que cumplen con los requisitos de excelencia, manteniendo el mismo nivel de confianza de 95%?

Sol: 1800 ± 235 cuentas

4) La directiva estudiantil de una universidad tomó una muestra de 45 libros de texto de la librería universitaria y determinó que de ellos, 60% se vendía en más de 50% por arriba de su costo al mayoreo. Dé un intervalo para la proporción de libros, cuyo precio establecido es más de 50% por encima del costo al mayoreo, que tenga 96% de certeza de contener la proporción verdadera.

Sol: $0,6 \pm 0,149$

Determinación del tamaño de muestra

1) Para un mercado de prueba, encuentre el tamaño de muestra necesario para estimar la proporción real de consumidores satisfechos con un cierto producto nuevo, dentro de $\pm 0,04$ a un nivel de confianza de 90%. Suponga que no tiene una buena idea del valor de la proporción.

Sol: al menos 423 consumidores.

2) Se tienen fuertes indicios de que la proporción de la población es aproximadamente de 0,7. Encuentre el tamaño de muestra necesario para estimar la proporción dentro de $\pm 0,02$ con un nivel de confianza de 90%.

Sol: al menos 1421 personas

3) Una tienda local vende bolsas de plástico para basura y ha recibido unas cuantas quejas con respecto a la resistencia de tales bolsas. Parece ser que las bolsas que se venden en la tienda son menos resistentes que las que vende su competidor y, en consecuencia, se rompen más a menudo. Gustavo, gerente encargado de adquisición, está interesado en determinar el peso máximo promedio que puede resistir una de las bolsas para basura sin que se rompa. Si la desviación estándar del peso límite que puede aguantar una bolsa es de 1,2 Kg., determine el número de bolsas que deben ser probadas con el fin de que Gustavo tenga una certeza de 95% de que el peso límite promedio está dentro de 0,5 Kg., del promedio real.

Sol: al menos 23 bolsas.

4) Una tienda local especializada en lámparas y relojes está interesada en obtener una estimación de intervalo para el número medio de clientes que entran a la tienda diariamente. Los dueños están razonablemente seguros de que la desviación estándar real del número diario de clientes es 15. Ayude al gerente de la tienda a determinar la cantidad de días (el tamaño de muestra) que deberán utilizar con el fin de desarrollar un intervalo de confianza de 96% para el número medio real de clientes, con un ancho de solamente 8 personas.

Sol: al menos 60 días.

5) Josibel, secretaria general del sistema universitario, necesita saber qué proporción de estudiantes tienen un promedio de calificación por debajo de 2,0. ¿Cuántas calificaciones de estudiantes debe revisar con el fin de determinar la proporción que busca dentro de $\pm 0,01$ con una confianza de 95%?

Sol: mayor o igual a 9604 calificaciones.

6) Elena acaba de adquirir un programa de computación que afirma escoger acciones que aumentarán su precio durante la semana siguiente con un índice de precisión de 85%. ¿En cuántas acciones deberá Elena probar el programa con el fin de estar 98% segura de que el porcentaje de acciones que realmente subirán de precio durante la semana próxima estará dentro de $\pm 0,05$ de la muestra de la población?

Sol: mayor o igual a 277 acciones.

7) La granjera Kimberlyn sabe que una cierta especie de maíz siempre produce entre 80 y 140 fanegas por hectárea. Para un nivel de confianza de 90%, ¿cuántas muestras en una hectárea debe tomar con el fin de estimar la producción promedio por hectárea dentro de ± 5 fanegas por hectárea?

Sol: al menos 11 muestras.

Estimaciones de la media, de la proporción y tamaño de muestra (ejercicios varios)

1) Un investigador de mercado de una compañía de productos electrónicos desea estudiar los hábitos televisivos de los residentes de una pequeña ciudad. Selecciona una muestra aleatoria de 40 participantes y les pide que mantengan un registro detallado de lo que ven en televisión durante una semana. Los resultados son los siguientes:

- ❖ Tiempo frente al televisor: $\bar{x} = 15,3$ h. $s = 3,8$ h.

- ❖ 27 participantes ven las noticias al menos 3 noches por semana

a) Establezca un intervalo de confianza de 95% para el promedio semanal de tiempo que ven televisión en esta ciudad.

Sol: [14,12 ; 16,48] horas

b) Establezca un intervalo de confianza de 95% para la proporción de participantes que ven las noticias al menos 3 noches por semana.

Sol: [0,53 ; 0,82]

c) ¿Qué tamaño de muestra necesita si desea tener 95% de confianza de que su resultado es correcto dentro de ± 2 horas y supone que la desviación estándar de la población es igual a 5 horas?

Sol: al menos 25 personas.

d) ¿Qué tamaño de muestra necesita si desea una confianza de 95% de estar dentro de $\pm 0,035$ de la proporción real de los que ven las noticias al menos 3 noches por semana si no disponía de estimaciones anteriores?

Sol: al menos 784 personas.

e) Con base en (c) y (d), ¿qué tamaño de muestra debe seleccionar si sólo realiza un estudio?

Sol: la (d) para cumplir ambos requerimientos.

2) Un director de producción sabe que la cantidad de impurezas contenida en los envases de cierta sustancia química sigue una distribución normal con una desviación típica de 3,8 gramos.

Se extrae una muestra aleatoria de nueve envases cuyos contenidos de impurezas son los siguientes: 18,2 ; 13,7 ; 15,9 ; 17,4 ; 21,8 ; 16,6 ; 12,3 ; 18,8 ; 16,2

a) Calcule un estimador puntual para la cantidad media impureza en los envases.

Sol: 16,7667

b) Calcule un intervalo de confianza para la cantidad media de impureza en los envases con un 90% de confianza.

Sol: 14,68 ; 18,85

3) Un directivo de cierta empresa ha comprobado que los resultados obtenidos en los test de aptitud por los solicitantes de un determinado puesto de trabajo siguen una distribución normal con una desviación típica de 32,4 puntos. La media de las calificaciones de una muestra aleatoria de nueve test es de 187,9 puntos.

a) Calcular un intervalo de confianza del 80% para la calificación media poblacional del grupo de solicitantes actual.

Sol: 174,07 ; 201,724

b) A partir de estos resultados muestrales, un estadístico calcula para la media poblacional un intervalo de confianza que va desde 165,8 a 210 puntos. Calcular el contenido probabilístico de dicho intervalo.

Sol: 0,9596

4) Una tienda está interesada en conocer los gastos en prendas de vestir de los estudiantes universitarios en el primer mes del curso académico. La media y la desviación de una muestra aleatoria de nueve estudiantes fueron de Bs. 50000 y Bs. 8000 respectivamente. Suponiendo que la población sigue una distribución normal. Calcule un intervalo de confianza del 95% para el gasto medio poblacional.

Sol: 43850,67 ; 56149,33

5) Una clínica ofrece un programa de adelgazamiento. Una muestra de 10 de sus antiguos pacientes recogió las siguientes pérdidas de peso en kilos al completar el programa: 18,2 ; 25,9 ; 6,3 ; 11,8 ; 15,4 ; 20,3 ; 16,8 ; 19,5 ; 12,3 ; 17,2

a) Calcular un estimador puntual para la pérdida media de peso.

Sol:

b) Calcular un estimador puntual para la proporción de personas que bajaron más de 15 Kg.

Sol: 0,7

c) Calcular un intervalo de confianza para la pérdida de peso medio con un nivel de significación del 1%

Sol: 12,5216 ; 20,2183

6) Una empresa de alquiler de autos está interesada en conocer el tiempo que sus vehículos permanecen en el taller de reparaciones. Una muestra aleatoria de 9 autos indicó que el pasado año el número de días que cada uno de estos autos había permanecido fuera de servicio era: 16 , 10 , 21 , 22 , 8 , 17 , 19 , 14 , 19. Especificando la hipótesis necesarias calcular un intervalo de confianza del 90% para el número medio de días que la totalidad de los vehículos de la empresa se encuentra fuera de servicio.

Sol: 13,2524 ; 19,192

7) De una muestra de 134 auditores empleados en grandes empresas de auditorías, 82 de ellos declararon que siempre que recibían un nuevo encargo de auditoría, preguntaban al auditor anterior cuál había sido la razón del cambio. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la proporción poblacional.

Sol: 0,529 ; 0,694

8) Se toma una muestra de 12 empleados de una planta productora, el número de horas extra que estos empleados hicieron durante el último mes fueron: 22 ; 16 ; 28 ; 12 ; 18 ; 36 ; 23 ; 11 ; 41 ; 29 ; 26 ; 31

a) Calcular un estimador puntual para la proporción de empleados que trabajan más de 20 horas
Sol: 8/12

b) Calcular un estimador puntual para el número medio de horas extras que trabajan los empleados.
Sol: 24,42

c) Calcular un estimador por intervalo de confianza para la proporción de empleados que trabajan más de 20 horas con una confianza del 95%
Sol: 0,4427 ; 0,89

9) Se planea una investigación para determinar los gastos médicos familiares promedios por año. La administración de la compañía desea tener 95% de confianza de que el promedio muestral es correcto dentro de $\pm \$50$ del promedio real familiar. Un estudio piloto indica que la desviación estándar se puede estimar como \$400. ¿Qué tamaño de muestra se requiere?
Sol:

10) Si el gerente de una tienda de pinturas desea estimar la cantidad promedio en una lata de 1 galón dentro $\pm 0,004$ de galón con 95% de confianza y supone que la desviación estándar es 0,02 de galón ¿qué tamaño de muestra requiere?
Sol: 97

11) Un encuestador político desea estimar la proporción de electores que votarán por el candidato demócrata en una campaña presidencial. El encuestador desea 99% de confianza de que su predicción será correcta dentro de $\pm 0,04$ de la proporción de la población, que sabe que es de 0,5.

a) ¿Cuál es el tamaño de muestra necesario?
Sol: 1037

b) Si se desea 95% de confianza, ¿qué tamaño de muestra se necesita?
Sol: 601

c) Si se desea 95% de confianza y un error muestral de $\pm 0,03$. ¿Qué tamaño de muestra se necesita?
Sol: 1068

d) Según las respuestas anteriores, ¿qué conclusión general se deriva acerca del efecto del nivel de confianza deseado y el error muestral aceptable en el tamaño de muestra requerido?. Analice.

12) El director de una escuela de ciencias empresariales está interesado en conocer los salarios de los ex alumnos cinco años después de completar sus estudios. Dispone de una muestra de 25 de estos diplomados cuya media y desviación estándar es de 450000 y 85000 bolívares mensuales.

Suponiendo que la distribución es normal, hallar un intervalo de confianza del 90% para la media poblacional.

Sol: 420913 ; 479087

13) Si la división de inspección de l departamento de pesos y medidas municipal desea estimar la cantidad promedio de refresco en las botellas de 2 litros a una distancia a ± 0.01 litros con 95% de confianza y supone que la desviación estándar es de 0,05 litros ¿qué tamaño de muestra se necesita?

Sol:

14) Un grupo de consumidores desea estimar el monto de facturas de energía eléctrica para el mes de julio para las viviendas unifamiliares en una ciudad grande. Con base a estudios realizados en otras ciudades se supone que la desviación estándar es de 25 dólares. El grupo desea estimar el monto promedio para le mes de julio de ± 5 dólares del promedio verdadero con 99% de confianza. ¿Qué tamaño de muestra se necesita?

Sol: 97

15) El Gerente de un banco desea 90% de confianza de tener un resultado correcto dentro de $\pm 0,05$ de la proporción de la población real de ahorradores que tienen cuantas de ahorros y de cheques en el banco. ¿De cuántos ahorradores debe ser su cuenta?

Sol: 271

Pruebas de Hipótesis para la Media y la Proporción (una población)

1) Un número de 1993 de Datamation decía que la gente tardaba 34 horas de promedio en aprender un nuevo programa informático. ¿Está respaldada esta información al nivel de 10% si 35 personas emplearan una media de 40,58 horas; con una desviación típica de 19,7 horas?

Sol: región de rechazo, no se respalda la afirmación ($Z_{prueba} = 1,98$)

2) Un convenio trabajadores-dirección exige una producción media diaria de 50 unidades. Una muestra de 150 días revela una media de 47,3 unidades, con una desviación típica de 5,7 unidades. Poner $\alpha = 5\%$ y determinar si se cumple esta cláusula del contrato.

Sol: región de rechazo, no se cumple la cláusula del contrato ($Z_{prueba} = -5,80$)

3) En un artículo de Fortune, se debatía la creciente tendencia a que los empleados demanden a sus empresas por incumplir las promesas en relación con los beneficios sanitarios propuestos y concluía, que el juicio medio se entablaba por 115000 dólares. Cuarenta y dos juicios dieron una media de 114412 dólares.

Si se supone una desviación típica de 14000 dólares, ¿está respaldada la hipótesis al nivel del 7%?

Sol: región de aceptación, está respaldada la hipótesis ($Z_{prueba} = -0,27$)

4) La política de empresa en State Farm Insurance es restringir al 25% la proporción de reclamaciones resueltas a favor del asegurado. De las últimas 1122 pólizas, 242 compensaron por completo al asegurado; si $\alpha = 10\%$. ¿Se está cumpliendo la política?

Sol: región de rechazo, no se cumple la política ($Z_{prueba} = -2,31$)

5) Minit-Mart, una cadena de tiendas de artículos de consumo extendida por toda la nación, afirmaba en The Wall Street Journal que no abren tienda en ninguna localidad a menos que la renta media de la vecindad sea de 12000 dólares como mínimo. Una encuesta de 200 familias en una localidad determinada da una renta media de 11852 dólares, con una desviación típica de 1517 dólares. ¿Deben abrir la tienda si se cumplen todos los demás criterios de emplazamiento deseable? (suponer $\alpha = 1\%$).

Sol: región de aceptación, deben abrir la tienda ($Z_{prueba} = -1,38$)

6) Cuando Eastern Airlines se acogió a la protección de las leyes de bancarrota en 1989 en virtud del capítulo 11, se hizo evidente que muchas de las mayores empresas de la nación estaban en dificultades financieras. Durante una sesión de un subcomité del Senado, el senador Kennedy estimó que las empresas que buscan liberarse de las presiones de los acreedores debían, de media, más de 2200 millones de dólares. Una comprobación de 17 juicios recientes en virtud del capítulo 11 reveló que las empresas implicadas debían 2430 millones de dólares, con una desviación típica de 900 millones de dólares. ¿Está respaldada la afirmación de Kennedy al nivel del 10%?

Sol: región de aceptación, la afirmación de Kennedy no está respaldada ($t_{prueba} = 1,05$)

7) Un medicamento en estudio por la Federal Drug Administration tiene que llevar a 13 puntos la presión sanguínea en pacientes cardíacos antes de ser aceptado para uso general. En una prueba sobre 51 pacientes redujo la presión en 12,2 puntos de media, con desviación típica de 2,3 puntos. Al nivel del 1%, ¿debe aprobar la FDA el medicamento?

Sol: región de aceptación, se debe aprobar el medicamento ($Z_{prueba} = -2,48$)

8) El departamento de policía de Santa Clara, California, ha encontrado que los agentes de tráfico deben imponer una media de 27 multas de tráfico al mes. Si un agente impone más de estas multas, quizás sea demasiado celoso en el cumplimiento de su deber. Si entrega menos multas puede que el agente no esté haciendo un buen trabajo. Para evaluar a sus agentes, el jefe de policía anotó el número de multas impuestas por 15 agentes. Los resultados se muestran a continuación. Al nivel del 5%, ¿le parece que la fuerza policial cumple satisfactoriamente su cometido?.

| | | |
|----|----|----|
| 28 | 34 | 30 |
| 31 | 29 | 33 |
| 22 | 32 | 38 |
| 26 | 25 | 31 |
| 25 | 24 | 31 |

Sol: región de aceptación, la fuerza policial cumple con su trabajo ($t_{prueba} = 2,045$)

9) Un informe reciente publicado en la revista Fortune establecía que más del 65% de los titulados universitarios dejan su primer trabajo antes de 2 años. Un estudio realizado por 2 profesores de gestión empresarial de la universidad de Colorado encontró que 352 de 488 recién graduados que fueron entrevistados se mantuvieron en su primer empleo menos de 2 años. Al nivel de 3%, ¿respaldan estos datos el estudio de Fortune?

Sol: región de rechazo, los datos respaldan el estudio ($Z_{prueba} = 3,18$)

10) Atlas Sporting Goods ha puesto en marcha una promoción comercial especial para su estufa de propano y siente que la promoción debe provocar un cambio en el precio para el consumidor. Atlas sabe que antes de que comenzara la promoción, el precio promedio al detal de la estufa era de 44,95 dólares, con una desviación estándar de 5,75 dólares. Atlas muestrea a 25 de sus minoristas después de iniciada la promoción y encuentra que el precio medio de las estufas es ahora de 42,95 dólares. A un nivel de significancia de 0,02; ¿tiene Atlas razones para creer que el precio promedio al detal para el consumidor ha disminuido?

Sol: región de aceptación, Atlas no debe creer que el precio ha disminuido ($Z_{prueba} = -1,74$)

11) Hinton Press supone que la vida de su prensa rotativa más grande es de 14500 horas, con una desviación estándar conocida de 2100 horas. De una muestra de 25 prensas, la compañía encuentra una media de muestra de 13000 horas. A un nivel de significancia de 0,01; ¿debería concluir la compañía que la vida promedio de las prensas es menor que las hipotéticas 14500 horas?

Sol: región de rechazo, la vida promedio de las prensas es menor al valor hipotético ($Z_{prueba} = -3,57$)

12) La comisión promedio que cargan las compañías de corretaje de tiempo completo en una venta de valores comunes es de 144 dólares, con una desviación estándar de 52 dólares. Lorena tomó una muestra aleatoria de 121 compras por parte de sus clientes y determinó que habían pagado una comisión promedio de 151 dólares. A un nivel de significancia de 0,10; ¿puede concluir Lorena que las comisiones de sus clientes son mayores que el promedio de la industria?

Sol: región de rechazo, las comisiones de sus clientes son mayores que el promedio de la industria ($Z_{prueba} = 1,48$)

13) Noah Fence Company piensa que el número medio de días necesarios para realizar un trabajo debe ser 27. Si la media es menor que 27, Noah teme que el trabajo se ejecute con descuido de la calidad, mientras que una medida encima de 27 puede dar lugar a unos gastos innecesarios. Se eligen al azar 50 trabajos con objeto de contrastar esta afirmación, se encuentra que la media es 25,3 días, con una desviación típica de 2,1 días. Mr. Noah desea contrastar la hipótesis a nivel de significación del 1%. Determinar el sistema de hipótesis y realizar la prueba; si se rechaza la hipótesis Mr. Noah tendrá que volver a valorar el proceso de trabajo para garantizar que se siguen procedimientos adecuados.

Sol: Región de rechazo, Noah tiene que evaluar el trabajo para garantizar que se respeten los procedimientos correctos. ($Z_{prueba} = -5,72$)

14) Mom's Home Cookin, principal competidor de Squat and Gobble, afirma que el 70% de los clientes pueden almorzar por 5 dólares. Mom desea probar esta afirmación al nivel de confianza del 92%. Si resultara que un porcentaje distinto del 70% de los clientes pagan una media diferente a 5 dólares, Mom planea ajustar sus precios. Una muestra aleatoria de 110 clientes reveló que 66 pagaban una cantidad diferente de 5 dólares por almuerzo. ¿Debe Mom ajustar los precios?

Sol: Región de rechazo, Mom tiene que cambiar el precio de sus menús. ($Z_{prueba} = -2.29$)

15) Los vecinos de Hogs Breath, venden una piara de cerdos sólo cuando sus pesos medios alcanzan las 220 libras. Zeke Zieffel, vecino de Hogs Breath, se va a casar la semana próxima y necesita dinero para pasar su luna de miel en Butcher's Hollow. Zeke selecciona 12 cerdos de su piara y los pase. La media y la desviación típica son 217 y 26 libras respectivamente. ¿Debe vender Zeke?. Sea $\alpha = 0,05$; Zeke supone que la población de pesos sigue una distribución normal.

Sol: Región de aceptación, puede vender los cerdos. ($t_{prueba} = -0.4$)

16) Honest John afirma que los propietarios de sus coches usados pueden recorrer una media de 10000 millas como mínimo sin necesidad de ninguna reparación importante. Con objeto de determinar el grado de honestidad de Honest John, se eligen 100 clientes y se halla que recorrieron una media de 9112 millas sin reparaciones, con una desviación típica de 207. Si resulta que los coches usados de John den una media de 10000 millas como mínimo sin averías, usted está dispuesto a comprarle su próximo coche. Si quiere estar seguro al 99% de que Honest John no miente, ¿cómo podría contrastar su afirmación?

Sol: Región de rechazo, Usted comprará su coche en otro sitio. ($Z_{prueba} = -42,9$)

17) La Rancid Meat Packing Company teme que el peso medio de sus envíos sea superior a 30 libras. Este supuesto es indeseable porque cualquier peso superior implica costos de envío adicionales. Si el contraste de hipótesis sugiere que el peso medio es superior a 30, Rancid revisará su procedimiento de embalaje. Para determinar el peso medio de las expediciones se eligen al azar 25 órdenes de envío. La media muestral es de 32,1 libras, con una desviación típica de 3,1 libras. Formular las hipótesis para Rancid y realizar la prueba con $\alpha = 0,05$.

Sol: Región de rechazo, Rancid deberá tomar medidas para reducir el peso de sus expediciones y evitar costos de envíos excesivos. ($t_{prueba} = 3.39$)

18) La directora de KAYS-TV ha dicho a su consejo de administración que el 40% como mínimo de todos los telespectadores sintonizan su programa de noticias local a las 5 en punto de la tarde. Si resulta que menos del 40% del público ve el programa, la directora despedirá al presentador de las noticias. Si el consejo de administración averigua que de una muestra de 250 telespectadores llamados por teléfono, 97 de ellos están viendo en ese momento el programa de noticias, ¿a qué conclusión puede llegar el consejo en relación con la popularidad de la emisión?. Poner $\alpha = 0,01$.
Sol: Región de aceptación, el presentador no será despedido. ($Z_{prueba} = -0.32$)

19) News & World Report publicó un artículo sobre la carrera de éxitos de Wal-Mart. Actualmente es la cadena de venta al por menor de la nación. Empezó con una sola tienda de descuento en la pequeña localidad de Rogers, Arkansas, y ha crecido hasta poseer 1300 tiendas en 25 estados. Este éxito le ha valido a Sam Walton, fundador y mayor accionista, el título de hombre más rico de América. Las ventas anuales se cifran en 15 millones de dólares por tienda. Si se elige al azar una muestra de 120 tiendas y se hallan unas ventas medias de 15,39 millones de dólares, con una desviación típica de 2,9 millones de dólares, ¿está respaldada la hipótesis de media igual a 15 millones al nivel de significancia del 10%?.
Sol: Región de aceptación, la hipótesis está respaldada a ese nivel. ($Z_{prueba} = 1,47$)

20) El servicio norteamericano de peces y vida salvaje etiquetaba salmones que desovaban en el río Hood, cerca de Seattle para determinar sus características migratorias. El servicio pensaba que el 40% de los peces volvían allí cada año. Si una muestra de 2022 peces reveló que 822 habían sido etiquetados el año anterior. ¿Está respaldada la hipótesis del servicio al nivel del 5%?
Sol: Región de aceptación, la hipótesis está respaldada a ese nivel. ($Z_{prueba} = 0.92$)

21) Hilda Radner es propietaria de una empresa editora en Palo Alto, California. El negocio ha mejorado hace poco e Hilda piensa que los ingresos diarios son superiores a los 500 dólares del año pasado. Una muestra de 256 días revela una media de 520 dólares y una desviación típica de 80,70 dólares. Al nivel de significación del 1%. ¿Tiene razón Hilda?
Sol: Región de rechazo, tiene razón Hilda. ($Z_{prueba} = 3.97$)

22) Phil Hovath, de 10 años de edad, es el repartidor de periódicos del barrio. Quiere mantener su número medio de clientes diarios de 65, en los 60 últimos días el pequeño Phil ha tenido una media de 65,2 clientes con una desviación de 10,37. Al nivel del 5%, ¿consigue Phil su objetivo?
Sol: Región de aceptación, sí consigue su objetivo. ($Z_{prueba} = 0.15$)

23) Un fabricante de detergente afirma que el contenido de los paquetes que vende pesa, por lo menos 200 gramos. Sin embargo clientes han protestado porque piensan que los paquetes tienen un peso menor. Se ha analizado una muestra de 16 paquetes dando un peso medio muestral de 198,4 gramos. Pruebe con un nivel de confianza del 90% si los clientes tienen razón en lo planteado. Se sabe por experiencia que la distribución del peso de los paquetes es normal con una desviación de 4 gramos. ($Z_{prueba} = -1.6$) Sol: Se rechaza H_0

24) Un fabricante afirma que mediante el uso de un aditivo en la gasolina el incremento en el recorrido de los automóviles por litro podría ser de al menos en 3 Km. por litro. En una muestra de 100 automóviles se registró un incremento medio de 2,4 kilómetros con una desviación de 1,8 Km. por litro. Pruebe si el fabricante tenía razón en su hipótesis. Considere normalidad en los datos y un nivel de confianza del 95%.

Sol: Se rechaza H_0 ($Z_{prueba} = -3.33$)

25) Cuando un proceso de producción funciona correctamente produce frascos de champú con un peso promedio de 200 gr. Una muestra aleatoria de una remesa presentó los siguientes pesos: 214 ; 197 ; 197 ; 206 ; 208 ; 201 ; 197 ; 203 ; 209. Asumiendo que la distribución de los datos es normal, pruebe con un nivel de confianza del 95% si el proceso está funcionando correctamente.

Sol: No se rechaza H_0 ($t_{prueba} = 1.74$)

26) Un profesor tiene interés en conocer la habilidad de los estudiantes de una sección para preciar la dificultad en un examen. La puntuación media que logran los estudiantes en este tipo de examen es de 78,5. Se pidió a un grupo de estudiantes de dicha sección que predijera esta puntuación media, siendo sus predicciones: 72 ; 83 ; 78 ; 65 ; 69 ; 77 ; 81 ; 71. ¿Cree usted que puede decirse que la predicción de los estudiantes de la sección es de 78,5? Utilice un nivel de confianza del 95%.

Sol: No se rechaza H_0 ($t_{prueba} = 1.78$)

27) De una muestra de 361 propietarios de pequeños comercios que quebraron en un período determinado, 105 no tuvieron asesoramiento profesional antes de abrir el negocio. Por experiencia se sabe que lo que ha venido ocurriendo es que a lo sumo el 25% de los comercios que no reciben asesoramiento quiebran. Analice si estos resultados prueban que ha habido un aumento en el porcentaje de quiebras. Utilice un nivel del 90%.

Sol: No se rechaza H_0 . ($Z_{prueba} = 1.75$)

28) Históricamente en los partidos de Football Americano, el equipo que juega en casa gana al menos la mitad de los partidos. En una muestra de 99 partidos, el equipo que jugó en casa ganó solo 40 partidos. ¿Considera usted que ha disminuido de manera significativa la cifra planteada? Utilice un nivel del 95%. ($Z_{prueba} = -1,99$)

Sol: Se rechaza H_0

29) Una muestra aleatoria de diez estudiantes dio las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando durante la semana previa a los exámenes finales. 28 ; 57 ; 42 ; 35 ; 61 ; 39 ; 55 ; 46 ; 49 ; 38.

a) Estime el tiempo medio de estudio de un estudiante en la semana anterior a los exámenes.

Sol: 45

b) Estime la variabilidad del tiempo de estudio.

Sol: 10.54

c) Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95%

d) Un grupo de profesores considera que el tiempo medio debería ser como mínimo de 40 horas. Pruebe si los profesores están en lo cierto con un nivel del 95%.

Sol: No se rechaza $H_0(t_{prueba} = 1.5)$

e) Otros profesores consideran que sólo el 35% de los estudiantes estudian más de 40 horas la semana antes del examen. Pruebe si los profesores tienen razón con un nivel del 95%.

Sol: No se rechaza $H_0(t_{prueba} = 1.66)$

Intervalos de confianza para la diferencia entre dos medias y dos proporciones

1) Vicki Peplow, directora regional de pagos por asistencia médica de Atenía Insurance en Peoria, Illinois, constató que dos hospitales diferentes parecían cobrar cantidades muy distintas por el mismo servicio médico. Recogió 15 observaciones de facturación (que se muestran a continuación) de cada hospital y elaboró un intervalo de confianza del 95% para la diferencia entre los costes medios presentados por uno y otro. Utilizó el muestreo pareado porque Vicki corrigió todos los factores de interés distintos del coste. Si existiera una diferencia, la señora Peplow pretende informar del asunto a las autoridades de la asistencia médica. ¿Deberá presentar el informe?.

| Hospital 1 | Hospital 2 |
|------------|------------|
| 465 | 512 |
| 532 | 654 |
| 426 | 453 |
| 543 | 521 |
| 632 | 587 |
| 418 | 537 |
| 587 | 598 |
| 376 | 698 |
| 378 | 529 |
| 376 | 517 |
| 524 | 476 |
| 387 | 519 |
| 429 | 587 |
| 398 | 639 |
| 412 | 754 |

Sol: Vicki puede estar segura al 95% de que el segundo hospital carga entre 45,61 y 180,79 dólares más que el primer hospital por los mismos servicios. Parece conveniente presentar un informe a los administradores de la asistencia médica.

2) En 1989, Banker’s News publicaba que el interés hipotecario en el Sur era mayor que en el Medio Oeste. Una encuesta de 100 bancos en estados del Sur y 123 en Kansas y en los cuatro estados circundantes reveló intereses medios del 11.75% y 10.53%, respectivamente. Supongamos que las varianzas eran del 2.5 y el 3.0% . Como ejecutivo de su empresa, usted tiene que decidir dónde se construirá la nueva oficina central. Una de las consideraciones para tomar esta decisión es la de los costes de alojamiento de los empleados. La oficina central se situará donde los intereses sean más bajos. Usted quiere formar un intervalo de confianza del 92% para la diferencia entre los intereses hipotecarios medios del Sur y en el Medio Oeste. ¿ Dónde se emplazarán las oficinas de la empresa?.

Sol: Puede confiar al 92% de que los intereses medios en el Sur superan a los del Medio Oeste en una cantidad comprendida entre 0,83 y 1,61 %. Las oficinas deberán emplazarse en el medio Oeste.

3) Las negociaciones salariales entre su empresa y el sindicato que representa a sus trabajadores están al borde de la ruptura. Hay un desacuerdo considerable sobre el nivel salarial medio de los

trabajadores de la factoría de Atlanta y le de Newport News, virginia. Los salarios fueron establecidos por el antiguo convenio colectivo firmado hace tres años y se basa en la estricta antigüedad. Como los salarios están muy controlados por el convenio colectivo, se supone que la variación salarial es la misma en las dos factorías y que los salarios siguen una distribución normal. Pero se piensa que hay diferencia entre los niveles salariales medios a causa de las diferentes estructuras de antigüedad entre las dos factorías.

El negociador del convenio colectivo por parte de la dirección le pide que elabore un intervalo de confianza del 98% para la diferencia entre los niveles salariales medios. Si existe una diferencia entre las medias, habrá que hacer ajustes para elevar los salarios más bajos hasta el nivel de los más altos. Con los datos que se dan a continuación, ¿qué ajustes habrá que hacer, en caso de ser necesario?.

| Factoría de Atlanta | Factoría de Newport News |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $n_a = 23$ | $n_b = 19$ |
| $\bar{x}_a = 17,53$ dólares la hora | $\bar{x}_b = 15,50$ dólares la hora |
| $s_a^2 = 93,10$ dólares | $s_b^2 = 87,10$ dólares |

Sol: Puede confiar al 98% en que el salario medio en Atlanta está entre 9,15 dólares más que el de Newport News y 5,09 dólares menos que el de Newport News. Como este intervalo contiene el valor 0, la conclusión es que es posible que no haya ninguna diferencia. No es preciso hacer ningún ajuste.

4) Su empresa utiliza dos máquinas diferentes para cortar trajes de spandex destinados a los acróbatas que realizan exhibiciones sobre hielo. Se han presentado problemas en el ensamblaje de las piezas a causa del comportamiento de las máquinas. Como director de control de calidad, su trabajo consiste en estimar la diferencia entre la proporción de defectos producidos por cada máquina. Se toman muestras de tamaños $n_1 = 120$ y $n_2 = 95$. La primera máquina produjo el 38% de defectos y la segunda el 43%. Fijar $\alpha = 5\%$. Si los datos indican que la diferencia entre las proporciones de defectos superan el 5%, todos los trajes serán fabricados en la máquina que parece tener menor índice de defectos. ¿Qué decisión tomará?

Sol: Puede estar seguro al 95% de que la proporción de defectos producidos por la primera máquina está situada entre el 18,27% por debajo y el 8,27% por encima de la proporción de la segunda máquina. Como el intervalo contiene el cero, no hay seguridad de que haya diferencia en la proporción de defectos producidos por las máquinas. Su decisión es que no importa cuál de las máquinas se utilice y que bien podrían seguir empleándose las dos.

Pruebas de Hipótesis para la Media y la Proporción (dos poblaciones)

1) Para fabricar baterías destinadas a ordenadores portátiles se emplean dos procedimientos diferentes. Una firma importante de electrónica inspeccionó las baterías producidas por cada método para determinar el número de horas que durarían sin fallar definitivamente. Las 120 baterías fabricadas por el primer método presentaban una vida media de 812 horas, mientras que las 200 fabricadas por el segundo método dieron una media de 789 horas antes del fallo definitivo. Aunque se desconocen las varianzas poblacionales, la utilización de muestras grandes permite una aproximación segura mediante las varianzas muestrales que son $s_1^2 = 85,512$ y $s_2^2 = 64,402$. Como director de producción de la firma de electrónica, usted tiene que decidir si existe alguna diferencia entre la vida media de los dos tipos de batería. Si hay alguna diferencia tendrá que informar a la empresa para que utilice el proceso de producción mejor. Está dispuesto a aceptar una probabilidad del 10% de cometer un error de tipo I. ¿Qué decisión tomará?

Sol: Región de rechazo, debe informar a la empresa para que utilice el proceso de producción mejor.

2) Según un artículo aparecido en Business Week sobre la creciente popularidad mundial del golf, la tarifa por jugar en un campo de golf en Japón puede llegar a los 79 dólares, y ser miembro de los clubs de golf cuesta más de 2000000 de dólares. Sin embargo, las instalaciones están siempre llenas, lo que retrasa el avance del juego. Como los empresarios japoneses trabajan a menudo 15 o más horas al día, cualquier pérdida de tiempo por retraso es crucial para ellos. Con objeto de comparar los tiempos de juego en dos clubs exclusivos, un ejecutivo japonés anota que en 12 hoyos jugados en un club se invirtieron 6,4 horas de media, con una desviación típica de 2,7 horas; mientras que para 10 hoyos en un segundo club hizo falta una media de 5,9 horas con una desviación típica de 2,1 horas. El ejecutivo piensa que el tiempo medio de juego en el primer club es superior al segundo. ¿Tiene razón al nivel de significación del 5%?. Se supone que los tiempos de juego siguen una distribución normal con varianzas iguales. ¿De qué club se deberá hacer socio el ejecutivo si quiere minimizar el tiempo de ausencia de su trabajo?

Sol: Región de aceptación, no importa de qué club se haga socio.

3) Las divisiones de análisis económico de varios gobiernos estatales de todo el país estudian el efecto económico de las carreras de caballos reguladas por el Estado en determinados lugares. Muchos de ellos han considerado las ventajas relativas de las carreras de caballos en pistas de hierba frente a las disputadas en pistas de tierra. Una buena cantidad de ingresos de las carreras podría resultar afectada por esta decisión, que depende en parte del efecto que la superficie de la pista tiene sobre los tiempos de cada carrera. Para establecer una comparación, se cronometran siete caballos en carreras competitivas sobre cada tipo de pista. Los resultados se recogen en la tabla, los tiempos están en minutos. Vea que las observaciones están pareadas, puesto que las mismas observaciones (caballos) se tomaron en dos circunstancias diferentes (pistas). Tome $\alpha = 10\%$

| Caballo | Tiempo en pista de tierra | Tiempo en pista de hierba |
|---------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | 1,82 | 1,73 |
| 2 | 1,91 | 1,87 |
| 3 | 1,87 | 1,82 |
| 4 | 1,73 | 1,67 |
| 5 | 1,59 | 1,63 |

| | | |
|---|------|------|
| 6 | 1,67 | 1,72 |
| 7 | 1,76 | 1,65 |

Sol: Región de aceptación, la superficie de la pista no influye en los tiempos de carrera.

4) K-9 Kennel Chow intenta establecerse como empresa líder en el mercado de alimento para perros. En su presentación de imponer su dominio en el sector, los estadísticos de la división de marketing de K-9 realizaron una prueba comparativa frente a otra marca popular. El objetivo de la prueba era demostrar que el alimento para perros que vendía el competidor, a pesar de ser más caro, no promovía el crecimiento y la ganancia de peso, más que el producto vendido por K-9 Kennel.

La prueba, recogida en Dog Breeders Journal, implicaba la elección de ocho razas de perros diferentes, que fueron alimentados exclusivamente con comida para perros K-9 Kennel. Otros ocho perros de las mismas razas y edades similares fueron alimentados con el producto del competidor. Los perros de cada grupo fueron emparejados por razas y edades, cada par se pesó al principio del período de prueba y se volvió a pesar al cabo de cuatro meses. En la tabla se indican las ganancias de peso de cada raza.

Para $\alpha = 10\%$, contrastar la hipótesis de que no hay diferencia con las ganancias medias de peso.

| Raza | K-9 Kennel | Marca competidora |
|------|------------|-------------------|
| 1 | 3,2 | 3,4 |
| 2 | 4,7 | 4,2 |
| 3 | 4,2 | 4,3 |
| 4 | 5,7 | 5,9 |
| 5 | 3,1 | 3,5 |
| 6 | 5,4 | 5,1 |
| 7 | 4,3 | 4,3 |
| 8 | 5,5 | 5,7 |

Sol: Región de aceptación, no hay diferencia significativa entre la ganancia de peso de los perros alimentados con K-9 y el más caro.

5) Como proyecto de fin de carrera, una estudiante del último año de marketing en una universidad estatal quiere determinar si existe alguna diferencia en la proporción de hombres que responden favorablemente a un determinado anuncio y la proporción de mujeres que lo hacen. De 875 hombres, 412 informan que tienen una impresión positiva; de las 910 mujeres encuestadas, sólo 309 están a favor. Contrastar las hipótesis a nivel de significancia del 10%

Sol: Región de rechazo, existe diferencia significativa entre la percepción de los hombres y las mujeres.

6) Una corporación bancaria quiere comparar el nivel medio de las cuentas de ahorro abiertas en bancos comerciales del Zulia con las de Miranda. Muestras de 230 agencias bancarias del Zulia y 302 en Miranda, tienen medias de 1512 dólares y 1317 dólares, respectivamente. Se sabe que la desviación típica en las cuentas para cada estado son 517 dólares para el Zulia y 485 dólares para Miranda.

Contrastar la hipótesis de que no hay diferencia de ahorros medios al nivel del 5%.

Sol: Región de rechazo, los datos sugieren que el nivel medio de ahorro es mayor en el Zulia.

7) Karina y su esposo son propietarios de una empresa fabricante de tablas de surf que tiene gran éxito en Cuyagua. Hay algunas dudas sobre el tiempo medio necesario para fabricar sus dos modelos más populares. Karina afirma que lleva más tiempo producir la Boggie Board que fabricar la Super Surfer.

El esposo está en desacuerdo, ambos deciden contrastar el argumento de Karina al nivel del 5%. Los datos de producción indican que para fabricar 90 de las Boggie Board se requirió una media de 140,2 horas con una desviación típica de 22,7 horas; mientras que en fabricar 110 de las Super Surfer se tardó una media de 131,7 horas con una desviación típica de 23,9 horas. Si Karina tiene razón, abandonarán la producción de la Boggie Board. ¿Deberán hacer un cambio en la línea de producto?.

Sol: Región de rechazo, Karina tiene razón y se debe hacer un cambio en la línea de producto.

8) Suponga que en el ejercicio anterior Karina afirmase no sólo que el tiempo medio de acabado de las Boggie Board supera al de las Super Surfer, sino que la diferencia es mayor a 7 horas. Establecer las hipótesis y decidir si hay o no rechazo de la hipótesis nula.

Sol: Región de aceptación, la afirmación de Karina queda rechazada.

9) Un número de abril de 1.991 de la revista Fortune publicaba un artículo sobre la numerosa generación de adictos al trabajo, con edades entre 25 y 43 años, que ocupan puestos directivos en las empresas. El artículo comparaba la vida laboral de estos jóvenes ejecutivos que se han colocado en el camino del ascenso rápido en las empresas con la de los trabajadores que dedican menos tiempo a su trabajo. Mientras que quienes siguen la moda de perseguir el éxito suelen trabajar 70, 80 o incluso 90 horas a la semana, lo típico es trabajar 60. Los datos se recopilaron a partir de entrevistas con empleados de las empresas. Si clasificamos en el grupo 1 a los de ascenso rápido y en el grupo 2 a los que dedican menos tiempo a su trabajo, y suponemos que las entrevistas revelaron los datos estadísticos siguientes en relación con los programas de trabajo semanales:

| Grupo 1 | Grupo 2 |
|------------------------|------------------------|
| $\bar{x} = 62,5$ horas | $\bar{x} = 39,7$ horas |
| $s = 23,7$ horas | $s = 8,9$ horas |
| $n = 175$ | $n = 168$ |

a) Al nivel de significación del 10%, ¿parece haber una diferencia entre el número medio de horas semanales dedicadas al trabajo por uno y otro grupo?

Sol: Región de rechazo, sí hay una diferencia significativa entre las medias de la horas trabajadas semanales.

b) Supongamos que queremos determinar si los pertenecientes al primer grupo trabajan más horas que la media de los pertenecientes al segundo.

Sol: Región de rechazo, los resultados indican que la media del primer grupo es superior a la del segundo.

c) Comprobar la hipótesis de que μ_1 sea superior a μ_2 en 10 horas.

Sol: Región de rechazo, los datos sugieren que la media del primer grupo supera a la del segundo en más de 10 horas.

10) Muchos estudios económicos se ocupan de sectores en los cuales una gran parte del dominio del mercado se concentra en manos de unas pocas empresas. Se teme que las empresas poderosas en sectores de tan alta concentración dominen el mercado con fines egoístas. Se emparejaron las empresas de nueve sectores concentrados con las de un número igual de sectores en los cuales el poder económico estaba más disperso. Se hicieron coincidir las empresas de cada grupo en cuanto a competencia extranjera, estructuras de costo y todos los demás factores que pueden afectar a los precios industriales.

A continuación se indican los incrementos medios del precio en porcentajes de cada sector. Al nivel del 5%, ¿parece que los sectores concentrados presentan una presión inflacionaria más pronunciada que los sectores menos concentrados?

| Pareados de sectores | Sectores concentrados (%) | Sectores menos concentrados (%) |
|----------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1 | 3,7 | 3,2 |
| 2 | 4,1 | 3,7 |
| 3 | 2,1 | 2,6 |
| 4 | -0,9 | 0,1 |
| 5 | 4,6 | 4,1 |
| 6 | 5,2 | 4,8 |
| 7 | 6,7 | 5,2 |
| 8 | 3,8 | 3,9 |
| 9 | 4,9 | 4,6 |

Sol: Región de aceptación, los datos no indican que la elevación media del precio sea mayor en sectores concentrados.

11) Un estudio realizado por Retail Management reveló que 131 de 468 mujeres pagaron sus compras al por menor con una tarjeta de crédito concreta, mientras que de 237 hombres 57 utilizaron la misma tarjeta:

a) ¿Hay datos indicadores de una diferencia en la proporción de mujeres y hombres que utilizan esa tarjeta? Sea $\alpha = 0,05$

Sol: Región de aceptación, las dos proporciones son iguales.

b) Suponga que la hipótesis fuera que la proporción de mujeres sea mayor a la de los hombres.

Sol: Región de aceptación

c) Supongamos que la hipótesis fuera que la proporción de mujeres era como mínimo tan grande como la de hombres.

Sol: Región de aceptación

12) Un vendedor de autos ha planteado que el grado de satisfacción de las mujeres con sus vehículos es mayor que el de los hombres. Para ello el concesionario en que trabaja a encuestado a 250 mujeres y a 200 hombres obteniendo que 200 mujeres estaban satisfechas con su vehículo, mientras 140 hombres también lo estaban. Pruebe con un nivel de confianza del 99% si la hipótesis del vendedor es cierta.

Sol:

13) Históricamente se ha planteado que las proporciones de anuncios cómicos en revistas norteamericanas e inglesas son aproximadamente iguales. Un crítico inglés sin embargo plantea que eso no es así, que en los diarios norteamericanos se publican mucho más artículos cómicos.

De una muestra aleatoria de 203 anuncios británicos 52 eran humorísticos, mientras que de 270 anuncios americanos 62 eran cómicos. Pruebe con un nivel de confianza del 95% si puede afirmarse lo planteado por el crítico inglés.

Sol: No se rechaza H_0

14) Se piensa que a las mujeres economistas se le asignan las mismas tareas que a los hombres. Se aplicó una encuesta para evaluar el número de tareas asignadas a hombres y mujeres en una escala de 1 a 5. (1 totalmente en desacuerdo) , 5 (de acuerdo). En una muestra de 186 hombres la respuesta promedio fue de 4,059 puntos con una desviación de 0,839, mientras que en una muestra de 172 mujeres la respuesta media fue de 3,680 con una desviación de 0,966. Pruebe la hipótesis planteada con un nivel de significación de 1%.

Sol: Se rechaza H_0

15) Se llevó a cabo un estudio que pretendía valorar el efecto de la presencia de moderador sobre el número de ideas generadas por un grupo. Se observaron grupos de 4 miembros con y sin moderadores, Para la muestra con moderador el número medio de ideas generadas por grupo fue de 78 con una desviación típica de 24,4. Para la muestra sin moderador el número medio fue de 63,5 con una desviación de 20,2. Asumiendo que las poblaciones son normales con igual varianza, pruebe la hipótesis de que el moderador logra mayor generación de ideas con un nivel de confianza del 95%.

Sol: No se rechaza H_0

16) Se plantea que el hecho de que los estudiantes participen en las votaciones estudiantiles no depende de las calificaciones que estos obtienen. Sin embargo una profesora de Ciencias políticas dice que esto no es así. Por ello ha tomado una muestra de tamaño 114 de los estudiantes que votaron obteniendo como media para sus calificaciones una nota de 2,71 y una desviación típica de 0,64. Para una muestra aleatoria de 123 estudiantes que no votaron las calificaciones medias fueron de 2,79 con una desviación de 0,56. Pruebe con un nivel de significación de 5% si la profesora tenía razón en lo planteado. Suponga normalidad e igualdad de varianza para las 2 poblaciones.

Sol: No se rechaza H_0

17) Un editor piensa que las ventas de unos libros son mayores si llevan una cubierta de diseño costoso. Por experiencia se conoce que las ventas siguen una distribución normal con varianza igual a 1,5 libros mensuales. El editor publica 20 libros con cubierta cara y 10 con cubiertas sencillas mensualmente. Los promedios de ventas mensuales en ambos grupos fueron de 9254 y 2107 libros respectivamente. Con un nivel de confianza del 90% pruebe si el editor tenía razón en lo planteado.

Sol: Se Rechaza H_0

Intervalo de confianza y pruebas de hipótesis para la varianza

1) Hot. Tubs, Inc., fabrica jacuzzis y sus accesorios. El modelo más lujoso de jacuzzi que produce la empresa, está equipado con un televisor con mando a control remoto y una pequeña nevera, para los muy sibaritas. Gilda “Burbujitas” Velez, propietaria de la empresa, quiere mantener las existencias semanales de estos televisores miniaturizados dentro de la varianza $\sigma^2 = 75$ unidades². “Burbujitas” toma una muestra de 30 semanas y halla $s^2 = 71$ unidades². Al nivel de $\alpha = 10\%$, ¿se cumple el objetivo de “Burbujitas”?

Sol: Región de aceptación, bilateral, Burbujitas puede suponer que las existencias cumplen su objetivo.

2) En el número de marzo de Bycycling, revista para aficionados a las dos ruedas, se analizaba el singular problema al que se enfrentan las mujeres para encontrar bicicletas que se adapten a su estructura corporal. Las mujeres tienen por lo general el torso y los brazos más cortos en relación con su estatura, que los hombres. Por este motivo les resulta difícil encontrar cuadros de bicicleta que les permitan un pedaleo cómodo.

Los fabricantes tratan de resolver este problema y para ello diseñan modelos más compatibles con el cuerpo femenino. Schwinn ofrece un cuadro con una distancia entre ejes más corta; 40,1 pulgadas. La constancia y uniformidad de las cotas son objeto de la máxima atención:

(a) Supongamos que Yulimar Prato, directora de mantenimiento de la calidad de Schwinn, elige 29 bicicletas y halla una varianza en la distancia entre ejes de 32,7 pulg². Si la Lic. Prato tiene que garantizar que la variación a lo sumo sea de 27 pulg², ¿indica esto que se cumplen las normas de producción?. Tomar $\alpha = 5\%$.

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí se cumplen las normas de producción.

(b) Supongamos que las instrucciones de la Lic. Prato fuesen que la variación se mantuviera inferior a 27 pulg². ¿Indicaría esto que se cumplen las normas de producción?

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se cumplen las normas de producción.

(c) Dada la incoherencia de las dos pruebas anteriores, la Lic. Prato pide a su directora de producción Ysmel Flores, que elabore un intervalo de confianza del 90% para la varianza de la distancia entre ejes. ¿Cuál debe ser dicho intervalo?

Sol: Ysmel puede confiar al 90% en que la varianza de la distancia entre ejes se encuentra entre 22,15 y 54,09 pulg².

3) Una especificación de control de calidad establece que la varianza de los pesos de productos envasados debe ser como máximo 1,2 onzas². Una muestra de 14 envases da una media de 52 onzas y una desviación típica de 1,31 onzas. Contrastar la hipótesis en relación con la varianza al nivel del 1%.

Sol: Región de aceptación, unilateral, la varianza de los pesos de productos envasados no supera las 1,2 onzas².

4) Una máquina expendedora debe llenar hasta el nivel medio de 17 onzas. Si la varianza de llenados es demasiado grande, se dice que el proceso de llenado está fuera de control. Las normas exigen que la varianza sea inferior a 0,9 onzas². Contrastar la hipótesis en relación con la varianza si una muestra de 71 llenados da una desviación típica de 1,42 onzas al nivel del 5%.

a) ¿Deberá interrumpirse el proceso mientras se procede a ajustar la máquina?

Sol: Región de aceptación, por lo que se debe interrumpir el proceso de llenado.

b) Calcular e interpretar el intervalo de confianza del 90% para la varianza.

Sol: Se puede confiar al 90% en que la varianza del llenado se encuentra entre 1,56 y 2,73 onzas².

5) Los tiempos necesarios en minutos para ejecutar un trabajo fueron 4,2 ; 7,1 ; 5,5 ; 4,6 ; 4,8 ; 6,8 ; 6,9 ; 6,2 ; 6,4 y 5,9. El jefe del sindicato afirma que la varianza de la población de tiempos de ejecución es inferior a los 0,9 minutos acordados en el convenio colectivo. Contrastar la hipótesis al nivel de significación del 1%.

a) ¿Tiene razón el jefe del sindicato?

Sol: Región de aceptación, el jefe del sindicato no tiene razón con relación a la varianza de la población de tiempos de ejecución.

b) Calcular e interpretar el intervalo del 99% de confianza para la varianza.

Sol: Se puede confiar al 99% en que la varianza de los tiempos de ejecución se encuentra entre 0,40 y 5,48 minutos².

6) Shauki es el dueño de una empresa constructora que compra pernos de todas las formas y tamaños a un fabricante. Este fabricante afirma que la varianza de longitud de sus pernos más largos es a lo sumo 0,21 pulg². Si Richard, compadre de Shauki, elige 22 pernos y halla una varianza de 0,27 pulg², ¿está respaldada la afirmación del fabricante al nivel del 5%?.

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí está respaldada la afirmación del fabricante

7) Con el fin de tener ordenada la escala salarial del personal docente en una universidad, el decano trata de que la varianza de los salarios del centro se mantenga en 5000 dólares. Si no es así, realizará ajustes para dejar los salarios dentro de límites. Una muestra de 20 docentes dio una media de 56326 dólares, con una desviación típica de 98,70 dólares. Al nivel del 10%, ¿deberá realizar el decano ajustes de salarios?.

Sol: Región de rechazo, bilateral, si deberá hacer ajustes de salario.

8) Los propietarios de concesiones de comida rápida pueden obtener ingresos millonarios, pero éstos suelen ser bastante irregulares. Una cadena popular informó que sus propietarios ganaban más de 113000 dólares, pero mostraban una desviación típica de 34000 dólares. La cadena manifestaba que habían tomado medidas para tener unos ingresos más regulares. ¿Se puede creer esta afirmación si se toma una muestra de 14 centros concesionarios y se halla una desviación típica de 32500 dólares en ingreso?. Fijar $\alpha = 0,10$.

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se puede creer en la afirmación de que se habían tomado medidas para tener ingresos más regulares.

9) La uniformidad del peso neto de los productos envasados son de vital importancia en las operaciones de la línea de producción. La empresa Dianne's Factory, vende tarros de arenque en salmuera y tiene dificultades permanentes para mantener los estándares de producción relativos a la uniformidad del llenado. Elena Angarita, jefa de contabilidad y compras, ha decidido adquirir un grupo de envasadoras nuevas; pero quiere estar segura al 90% de que la desviación típica de los llenados sea inferior a la limitación de 2,5 onzas. Se llenan 15 tarros con el nuevo sistema y se halla una desviación típica de 2,2 onzas. ¿Parece que este nuevo sistema proporcionará la uniformidad de llenado que desea la empresa?.

Sol: Región de aceptación, unilateral, el nuevo sistema no proporciona la uniformidad de llenado.

10) Se toma una muestra de quince predicciones de analistas financieros correspondientes a las ganancias por acción de una empresa. La desviación es de \$0,88. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la varianza poblacional de las predicciones.

Sol: 0,415 ; 1,93

11) Los siguientes datos representan mediciones (realizadas en cm.) a una pieza con un instrumento de medición con el objeto de evaluar la precisión de dicho instrumento: 4,2 ; 4 ; 4,36 ; 4,01 ; 4,44 ; 4,56 ; 4,12 ; 4,39 ; 4,00 ; 4,12 ; 4,65 ; 4,28.

a) Calcule un estimador puntual para el parámetro que usted considere que sea adecuado en este caso.

Sol: $s = 5,70$

b) Calcule un estimador por intervalo de confianza para dicho parámetro con un nivel de confianza del 95%.

Sol: 17,08 ; 120,33

12) La policía de tránsito está estudiando la estabilidad que mantienen los autos en cuanto a la velocidad (en Km.) por un tramo de una autopista. La siguiente muestra corresponde a la velocidad mantenida por un grupo de autos en dicho tramo: 100 ; 104 ; 102 ; 115 ; 120 ; 80 , 90 ; 85 ; 110 ; 105 ; 130 ; 105.

a) Calcule un estimador por intervalo de confianza para el parámetro adecuado que refleja la estabilidad en la velocidad al 90% de confianza.

Sol: 09,55 ; 690,99

b) Calcule el mismo intervalo con un 95% de confianza.

Sol: 122,54 ; 569,5

c) Explique en qué consiste la diferencia entre ambos intervalos y cuál es la causa de la misma.

13) Un psicólogo está al tanto de los estudios que muestran que la desviación estándar en la duración de atención a pacientes con 5 años de edad es de 8 minutos. El quiere saber si la variación en la duración en la atención en pacientes de 6 años de edad es la misma. Una muestra de 20 pacientes con seis años tuvo una desviación de 7 minutos. Con un nivel de significación del 5%, llegue a una conclusión al respecto.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, se cree que la variación en la duración de la atención a pacientes de 5 y 6 años es la misma.

15) Un fabricante de telescopios quiere que sus aparatos tengan una resolución con desviación estándar significativamente por debajo de 2 cuando se enfoca un objeto distante. Cuando se utiliza un nuevo telescopio para enfocar 30 veces un objeto, la desviación estándar de la muestra resultó ser de 1,46. ¿Deberá venderse el telescopio? Utilice un nivel de confianza del 99%.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, no deberá venderse el telescopio.

Prueba de Bondad de Ajuste

1) Se lanza un dado 30 veces y los números del 1 al 6 aparecen como se muestra en la siguiente distribución de frecuencias:

| Resultado | Frecuencia |
|-----------|------------|
| 1 | 3 |
| 2 | 6 |
| 3 | 2 |
| 4 | 3 |
| 5 | 9 |
| 6 | 7 |

Al nivel de significancia de 0,10. ¿Puede concluirse que el dado es “legal”?

Sol: Región de aceptación, se puede concluir que el dado es “legal”

2) La señora Natalia Silva es la gerente de mercadería de una empresa que se dedica a elaborar postales deportivas. Planea iniciar una serie de tarjetas con fotografías y estadísticas de juego de ex jugadores de la liga mayor de béisbol. Uno de los problemas es la selección de los antiguos jugadores. En la exhibición de dichas tarjetas, en el ccct, colocó un estante y ofreció las tarjetas de los siguientes 6 jugadores que se encuentran en el salón de la fama del béisbol: Dizzy Dean, Bob Feller, Phil Rizzuto, Warren Spanh, Mickey Mantle y Willie Mays.

El primer día vendió un total de 120 tarjetas, en la tabla se muestra el número de tarjetas vendidas de cada jugador de antaño. ¿Puede concluirse que las ventas de tarjeta son iguales para los seis ex jugadores, o debe concluirse que las ventas no son iguales? Tomar $\alpha = 0,05$

| Jugador | Tarjetas Vendidas |
|---------------|-------------------|
| Dizzy Dean | 13 |
| Bob Feller | 33 |
| Phil Rizzuto | 14 |
| Warren Spanh | 7 |
| Mickey Mantle | 36 |
| Willie Mays | 17 |

Sol: Región de rechazo, no es probable que las ventas de tarjetas de los seis jugadores sean iguales.

3) Una gerente de personal está preocupada respecto al ausentismo. Ha decidido muestrear las listas de asistencia para determinar si el ausentismo está distribuido uniformemente durante los seis días de la semana laboral. La hipótesis nula que ha de ser aprobada es: el ausentismo está distribuido equitativamente durante toda la semana. Se usará el nivel de 0,01. Los resultados de la muestra son:

| Ausencias | | Ausencias | |
|-----------|----|-----------|----|
| Lunes | 12 | Jueves | 10 |
| Martes | 9 | Viernes | 9 |
| Miércoles | 11 | Sábado | 9 |

(a) ¿Cómo se les denomina a los números 12, 9, 11, 10, 9 y 9?

(b) ¿Cuántas categorías existen?

(c) ¿Cuál es la frecuencia esperada para cada día?

- (d) ¿Cuántos grados de libertad hay en este caso?
- (e) ¿Cuál es el valor crítico para ji cuadrada al nivel de 1%?
- (f) Calcule el valor estadístico de prueba
- (g) ¿Se rechaza la hipótesis nula?
- (h) En forma específica, ¿qué indica esto a la gerente de personal?

Sol: frecuencias observadas; seis (seis días de la semana); 10 (total de frecuencias observadas entre 6); 5; 15,086; 0,8; No, El ausentismo se distribuye uniformemente durante toda la semana, las diferencias observadas se deben a la variación del muestreo.

4) Las hipótesis nula y alternativa son :

H₀ : Las categorías de celda son iguales

H₁ : Las categorías de celda no son iguales

| Categoría | f _o |
|-----------|----------------|
| A | 10 |
| B | 20 |
| C | 30 |

(a) Enuncie la regla de decisión, usando el nivel de significancia de 0,05.

Sol: se rechaza si $\chi^2 > 5,991$

(b) Calcule el valor de ji cuadrada de prueba

Sol: 10

(c) ¿Cuál es su decisión respecto a H₀?

Sol: No se acepta H₀, las relaciones proporcionales no son iguales.

5) Un grupo de compradoras, entre las cuales se destacan Diana y Marbelys, están en una tienda por departamentos. Después de ver una nueva línea de vestidos, el grupo expresó sus opiniones. Los resultados son:

| Opinión | Número de Compradores | Opinión | Número de compradores |
|----------------|-----------------------|-------------|-----------------------|
| Extraordinario | 47 | Bueno | 39 |
| Excelente | 45 | Regular | 35 |
| Muy bueno | 40 | Inaceptable | 34 |

Como el número más elevado (47) indicó que la nueva línea es extraordinaria, Silvana (como diseñadora principal) cree que es imperativo realizar la producción en masa de los vestidos. La jefa de otra área (que por alguna razón tiene que ver en el asunto) cree que no está claro el motivo, y señala que las opiniones están distribuidas por igual en las seis categorías. Además, expresa que las ligeras diferencias entre los diversos conteos probablemente se deban al azar. Pruebe la hipótesis nula de que no existe diferencia significativa entre las opiniones de los compradores. Use el nivel de riesgo de 0,01.

Sol: Región de aceptación, no hay diferencia en las relaciones proporcionales por lo que Silvana no tiene razón.

6) El departamento de tarjetas de crédito bancarias del California Bank sabe que por su larga experiencia, que 5% de los tarjetahabientes han tenido algunos estudios de bachillerato, 15% han terminado dicho nivel escolar, 25% han tenido ciertos estudios universitarios, y 55% han concluido la instrucción en universidad. De los 500 tarjetahabientes que fueron reportados por falta de pago en este mes, 50 tenían estudios de bachillerato, 100 terminaron tal nivel escolar, 190 tenían cierta preparación universitaria y 160 concluyeron la instrucción en la universidad. ¿Se

puede concluir que la distribución de tarjetahabientes que no han pagado sus cuentas es diferente de la de los demás?. Aplique el nivel de significancia de 0,01

Sol: Región de rechazo, la distribución de tarjetahabientes que no han pagado sus cuentas sí es diferente.

7) El fabricante de una terminal de computadora informa en su material de publicidad que la duración media de tal dispositivo, según uso normal, es de 6 años, con una desviación estándar de 1,4 años. Una muestra de 90 unidades vendidas hace 10 años, mostró la siguiente distribución de las duraciones:

| Vida útil (años) | Frecuencia |
|-------------------|------------|
| Menos de 4 | 7 |
| 4 a 5 | 14 |
| 5 a 6 | 25 |
| 6 a 7 | 22 |
| 7 a 8 | 16 |
| 8 o mayor | 6 |

Al nivel de significancia de 0,05. ¿Puede el fabricante concluir que tales tiempos están distribuidos normalmente?

Sol: Región de aceptación, la distribución sí es normal.

8) La doctora Jessica Altuve, presidenta de la institución Duval University, recopiló información acerca de los sueldos anuales de profesores de tiempo completo en los 160 colegios universitarios que hay en el país. Utilizó un sistema programático para Estadística (software), y determinó que el pago laboral medio era de 54,03 miles de dólares, y que la desviación estándar era de 13,76 miles de dólares. La distribución de frecuencias para estos sueldos por año se muestra en la siguiente tabla:

| Sueldo miles de dólares | Número de colegios |
|-------------------------|--------------------|
| Menor que 30 | 4 |
| 30 a 40 | 20 |
| 40 a 50 | 41 |
| 50 a 60 | 44 |
| 60 a 70 | 29 |
| 70 a 80 | 16 |
| 80 a 90 | 2 |
| 90 a 100 | 4 |

¿Coinciden las frecuencias observadas con las frecuencias esperadas, con base en la distribución probabilística normal?. Utilizar $\alpha = 0,05$

Sol: Región de aceptación, la distribución de los sueldos de profesores de tiempo completo sigue la del tipo normal.

9) Diego Arias es un asesor económico contratado por el aeropuerto de Maiquetía para estudiar la estructura del tráfico aéreo. Los registros de vuelo de los últimos años que lleva el aeropuerto indican una media de 3,2 aterrizajes por minuto. Diego quiere contrastar la hipótesis de que los aterrizajes siguen una distribución de Poisson, para ello toma una muestra de los aterrizajes realizados en 200 minutos. La tabla refleja los datos muestrales de las frecuencias observadas:

| Número de aterrizajes | Frecuencias Observadas |
|-----------------------|------------------------|
| 0 | 10 |
| 1 | 23 |
| 2 | 45 |
| 3 | 49 |
| 4 | 32 |
| 5 o más | 41 |

Contrastar la hipótesis al nivel del 1%.

Sol: Región de aceptación, Diego puede estar 99% seguro de que los aterrizajes siguen una distribución de Poisson.

10) Las especificaciones de producción de las botellas de aire empleadas en inmersión exigen que se llenen hasta una presión media de 600 libras por pulgada cuadrada (psi) y se admite una desviación típica de 10 psi. Las tolerancias de las normas de seguridad permiten una distribución normal en los niveles de llenado.

Suponga que le acaba de contratar Aqua Lung, importante fabricante de equipo de inmersión y que su primera tarea consiste en determinar si los niveles de llenado cumplen una distribución normal. Aqua Lung está seguro de que prevalecen la media de 600 psi y la desviación típica de 10 psi. Sólo queda por probar la naturaleza de la distribución, para ello decide medir 1000 botellas y halla la distribución indicada en la tabla.

| Psi | Frecuencia |
|-------------|------------|
| [0 – 580) | 20 |
| [580 – 590) | 142 |
| [590 – 600) | 310 |
| [600 – 610) | 370 |
| [610 – 620) | 128 |
| 620 o más | 30 |

Contrastar la hipótesis al nivel del 5%.

Sol: Región de aceptación, si se sigue una distribución normal.

11) La revista Fortune publicó hace poco que los grandes bancos comerciales intentaban controlar sus carteras de préstamos garantizando una determinada composición del conjunto de préstamos que conceden sus clientes. Esta composición es muy importante para reducir al mínimo la tasa de fallidos. El John Dillinger First National Bank de la ciudad de Nueva York trata de seguir una política de conceder el 60% de sus préstamos a empresas comerciales, el 10% a personas y 30% a prestatarios extranjeros.

Para determinar si se respeta la política del banco, Lida López, vicepresidenta de marketing, elige al azar 85 préstamos recién aprobados. Averigua que 62 de estos créditos se concedieron a empresas, 10 a personas y 13 a prestatarios extranjeros. Al nivel del 10%, ¿parece preservarse la composición deseada de la cartera del banco?

Sol: Región de rechazo, Lida puede estar segura al 90% de que la composición de los créditos no cumple la política del banco.

12) Después de años de trabajo en una báscula pública para pesar camiones, Jeff Simpson considera que el peso medio por camión (en miles de libras) sigue una distribución normal con

$\mu = 71$ y $\sigma = 15$. Con el propósito de probar esta suposición, Jeff recolectó los datos siguientes un lunes, correspondiente al peso de los camiones que llegaron a la báscula:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 85 | 57 | 60 | 81 | 89 | 63 | 52 | 65 | 77 | 64 |
| 89 | 86 | 90 | 60 | 57 | 61 | 95 | 78 | 66 | 92 |
| 50 | 56 | 95 | 60 | 82 | 55 | 61 | 81 | 61 | 53 |
| 63 | 75 | 50 | 98 | 63 | 77 | 50 | 62 | 79 | 69 |
| 76 | 66 | 97 | 67 | 54 | 93 | 70 | 80 | 67 | 73 |

Si Jeff utilizó una prueba de bondad de ajuste ji-cuadrada para estos datos, ¿a qué conclusión debería llegar con respecto a la distribución del peso de los camiones?

Utilice un nivel de significancia de 0,10.

(use 5 intervalos igualmente probables, en donde el primero sea menor a 60 y el último mayor o igual a 90.)

Sol: Región de aceptación, Jeff no está equivocado.

13) ¿Alguna vez compró una bolsa de dulces M&M, y se preguntó acerca de la distribución de los colores?. El fabricante informa que 30% de las golosinas son de color café, 30% amarillas, y un 10% corresponde a cada uno de los colores azul, anaranjado, rojo y verde. Una bolsa de 6,0 onzas de tales dulces que se adquirió en cierta tienda del Sambil, contenía un total de 72 golosinas con 17 cafés, 20 amarillas, 13 azules, 9 anaranjadas, 6 verdes y 7 rojas. Al nivel de significancia de 0,05. ¿Se puede concluir que la clasificación real por color de dichos dulces concuerda con la distribución esperada?

Sol: Región de aceptación, la consideración real de los dulces está de acuerdo con la distribución esperada.

14) En un determinado mercado de televisión hay tres estaciones de televisión comercial, cada una con su propio programa de noticias del mediodía. Según un informe en el periódico local de esta mañana, una muestra aleatoria de 150 espectadores del día anterior indicó que 53 vieron las noticias de Globovisión, 64 observaron la emisión de Radio Caracas Televisión, y 33 la de Televen. Al nivel de significancia de 0,05, ¿existe alguna diferencia en la proporción de espectadores que vieron los tres canales?.

Sol: Región rechazo, sí hay preferencia en relación con los canales de tv.

Pruebas de Independencia

1) Una socióloga estuvo investigando esta cuestión: ¿existe alguna relación entre el nivel de educación y las actividades sociales de una persona?. Decidió manejar tres niveles de educación: asistió o terminó la instrucción universitaria, asistió o terminó la preparatoria y asistió o terminó la primaria o inferior. Cada persona llevó un registro de sus actividades sociales, como jugar boliche en grupo, y asistir a bailes o ceremonias religiosas. La socióloga los dividió en: frecuencia superior al promedio, frecuencia promedio y frecuencia inferior al promedio.

| Actividad Social \ Instrucción | Superior al promedio | Promedio | Inferior al promedio |
|--------------------------------|----------------------|----------|----------------------|
| Universitaria | 18 | 12 | 10 |
| Preparatoria | 17 | 15 | 13 |
| Primaria | 9 | 9 | 22 |

- (a) ¿Cómo se denomina la tabla?
- (b) Establezca la hipótesis nula
- (c) ¿Debe rechazarse la hipótesis nula al nivel de significancia de 0,05?
- (d) En forma específica, ¿qué indica esto para el problema?

Sol: tabla de contingencias; no existe relación entre el nivel de instrucción y la frecuencia de la actividad social (lo cual es equivalente a establecer que la frecuencia de la actividad social es independiente del nivel de instrucción); si; sí existe relación entre el nivel de educación y la frecuencia de la actividad social.

2) Juan Berbesi es el director de mercadotecnia de un diario metropolitano y estudia la relación entre el tipo de comunidad en que el lector vive y la parte del periódico que lee primero. Para una muestra de lectores se reunió la información que sigue:

| Parte de diario que leen \ Comunidad | Noticias nacionales | Deportes | Historietas cómicas |
|--------------------------------------|---------------------|----------|---------------------|
| Urbana | 170 | 124 | 90 |
| Rural | 120 | 112 | 100 |
| Granjera | 130 | 90 | 88 |

Al nivel de significancia de 0,05. ¿Se puede concluir que existe una relación entre el tipo de comunidad donde la persona reside y la parte del diario que lee primero?

Sol: Región de aceptación, la parte de diario que se lee es independiente del tipo de comunidad.

3) El departamento de control de calidad de la empresa Food Town, Inc., una cadena de tiendas comestibles en Nueva York, realiza una inspección mensual para comparar los precios registrados con los precios anunciados. El siguiente diagrama resume los resultados de una muestra de 500 artículos en el mes anterior.

La administración de la empresa desearía saber si existe alguna relación entre las tasas de error de mercancía de precio regular y en los artículos de precio especial. Utilice al nivel de significancia de 0,01.

| Tipo de artículo \ Tasa de error | Precio Regular | Precio especial anunciado |
|----------------------------------|----------------|---------------------------|
| Precio menor | 20 | 10 |
| Sobrepeso | 15 | 30 |
| Precio Correcto | 200 | 225 |

Sol: Región de aceptación, son independientes el tipo de artículo y la tasa de error.

4) Doscientos hombres de diversos niveles de gerenciales, seleccionados al azar, fueron entrevistados con respecto a su interés o preocupación acerca de asuntos ambientales. La respuesta de cada persona se registró en una de tres categorías: interés nulo, algo de interés y gran preocupación. Los resultados fueron:

| Preocupación \ Nivel gerencial | Sin interés | Algo de interés | Gran preocupación |
|--------------------------------|-------------|-----------------|-------------------|
| Gerencia alta | 15 | 13 | 12 |
| Gerencia media | 20 | 19 | 21 |
| Supervisor | 7 | 7 | 6 |
| Jefe de grupo | 28 | 21 | 31 |

Utilice el nivel de significancia de 0,01 para determinar si existe relación entre el nivel directivo o gerencial y el interés en asuntos ambientales.

Sol: Región de aceptación, los niveles de gerencia y la preocupación por el ambiente no están relacionados.

5) Un administrador de marca está preocupado porque su producto puede estar mal distribuido a lo largo de todo el país. En una encuesta en la que el país fue dividido en 4 regiones geográficas, se investigó una muestra aleatoria de 100 consumidores de cada región, obteniéndose los siguientes resultados:

| Adquisiciones \ Región | NE | NO | SE | SO |
|------------------------|----|----|----|----|
| Adquirieron la marca | 40 | 55 | 45 | 50 |
| No la adquirieron | 60 | 45 | 55 | 50 |

Si el nivel de significancia es de 0,05. ¿Cuál es su conclusión?

Sol: Región de aceptación, la región y las adquisiciones son independientes.

6) Para ver si las ventas de chips de silicio son independientes de si la economía de USA está en ciclo de negocio; se han recogido datos correspondientes a las ventas semanales de Zippy Chippy, una empresa de Silicon Valley, y datos acerca de los ciclos de la economía en USA. Los resultados son los siguientes:

| Ventas semanales \ Ciclo de economía | Alta | Media | Baja |
|--------------------------------------|------|-------|------|
| En una cresta | 20 | 7 | 3 |
| En una depresión | 30 | 40 | 30 |
| Subiendo | 20 | 8 | 2 |
| Bajando | 30 | 5 | 5 |

Al nivel de significancia de 0,10. ¿Cuál es su conclusión?

Sol: Región de rechazo, ventas y economía no son independientes

7) Se encuestó a varios directores generales de empresas y se les pidió que valoraran la dependencia entre el rendimiento financiero de su empresa y la estrategia de la misma, siendo los resultados los siguientes:

| | Rendimiento Financiero | | |
|------------|------------------------|-------|------|
| Estrategia | Bajo | Medio | Alto |
| Baja | 15 | 25 | 18 |
| Media | 30 | 52 | 23 |
| Alta | 23 | 49 | 61 |

¿A qué conclusión llega usted? Utilice un nivel de confianza del 90% para su prueba.

8) Se clasificó una muestra de agencias inmobiliarias según su número de empleados y por si tenían o no un plan de marketing, para estudiar si había o no dependencia entre ambas variables

| Número de Empleados | Con Plan de Marketing | Sin Plan de Marketing |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| Menos de 100 | 13 | 10 |
| Entre 100 y 500 | 18 | 12 |
| Mas de 500 | 32 | 6 |

Utilizando un nivel de significación del 1% realice la prueba correspondiente.

9) Se desea estudiar si existe relación entre ser hombre o mujer y la cantidad de horas que dedica una persona a la televisión, en una muestra estudiada se obtuvo,

| Género | Menos de 2 horas | Mas de 2 horas |
|--------|------------------|----------------|
| Hombre | 18 | 10 |
| Mujer | 17 | 13 |

Utilizando un nivel de confianza del 10% analice lo planteado.

Regresión y Correlación Lineal

1) En una investigación se desea conocer en que medida el peso de una persona depende de su estatura, para ello se tomaron las estaturas redondeadas en pulgadas y los pesos en libras de una muestra de 12 estudiantes tomada al azar entre los estudiantes de 1^{er} año en la escuela de administración:

| | | | | | | | | | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Estatura (pulg.) | 70 | 63 | 72 | 60 | 66 | 70 | 74 | 65 | 62 | 67 | 65 | 68 |
| Pesos (lb.) | 155 | 150 | 180 | 135 | 156 | 168 | 178 | 160 | 132 | 145 | 139 | 152 |

- (a) Obtener un diagrama de dispersión para esos datos.
- (b) Calcule la recta de regresión que exprese la relación entre ambas variables.
- (c) Estimar el peso de un estudiante que mide 63 pulg.

Respuestas: (b) $\hat{Y} = -59,3513 + 3,1948 X$;
 (c) 141,9211 lb.

2) Ajustar una recta de mínimos cuadrados a los datos de la tabla siguiente:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|
| X | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 |
| Y | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 | 8 |

Considerando a X como la variable independiente

- (a) Calcule la recta de regresión
- (b) Hallar \hat{Y} cuando $X = 5$, $X = 6$.

Respuestas: (a) $\hat{Y} = -0,3333 + 0,7143 X$
 (b) $X = 5$, $\hat{Y} = 3,2382$; $X = 6$, $\hat{Y} = 3,9524$

3) La tabla siguiente presenta las notas en álgebra y física de 10 estudiantes elegidos al azar entre un grupo muy numeroso, el objetivo es determinar si las notas de física dependen de los resultados obtenidos en álgebra.

| | | | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Álgebra | 75 | 80 | 93 | 65 | 87 | 71 | 98 | 68 | 84 | 77 |
| Física | 82 | 78 | 86 | 72 | 91 | 80 | 95 | 72 | 89 | 74 |

- (a) Representar los datos y analícelos.
- (b) Hallar la recta de mínimos cuadrados e interprete el valor de la pendiente.
- (c) Si un estudiante tiene 75 puntos en álgebra. ¿Cuál es su nota esperada en física?

Respuestas: (b) $\hat{Y} = 29,1290 + 0,6613 X$
 (c) $\hat{Y} = 78,7265$ puntos.

4) Suponga que usted tiene a su cargo el dinero de la región de Piedmont, se le dan los siguientes datos de antecedentes sobre el suministro de dinero y el producto nacional bruto (ambos en millones de dólares):

| Suministro de dinero (X) | Producto Nacional Bruto (Y) |
|--------------------------|-----------------------------|
| 2,0 | 5,0 |
| 2,5 | 5,5 |
| 3,2 | 6,0 |
| 3,6 | 7,0 |
| 3,3 | 7,2 |
| 4,0 | 7,7 |
| 4,2 | 8,4 |
| 4,6 | 9,0 |
| 4,8 | 9,7 |
| 5,0 | 10,0 |

- (a) Desarrolle la ecuación de estimación para predecir el PNB del suministro de dinero.
 (b) ¿Cómo interpreta la pendiente de la línea de regresión?
 (c) Calcule e interprete el error estándar de la estimación.

Respuestas: (a) $\hat{Y} = 1,1681 + 1,7156 X$

(b) cuando el suministro de dinero aumenta en 1 millón de dólares, el PNB aumenta en 1,7156 millones de dólares.

(c) $Se_{y,x} = 0,3737$

5) Un estudio hecho por el departamento de transporte de Atlanta, Georgia, acerca del efecto de los precios de los boletos de los autobuses sobre el número de pasajeros produjo los siguientes resultados:

| | | | | | | | | |
|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Precio del boleto (centavos) | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
| Pasajeros por 100 millas | 800 | 780 | 780 | 660 | 640 | 600 | 620 | 620 |

- (a) Represente gráficamente los datos.
 (b) Desarrolle la ecuación de estimación que mejor describa estos datos.
 (c) Pronostique el número de pasajeros por 100 millas si el precio del boleto fuera de 50 centavos.
 (d) Calcule el error típico de estimación.

Respuestas: (b) Pasajeros estimados = $952,6190 - 6,2381$ precio del boleto.

(c) $\hat{Y} = 640,714$ pasajeros.

(d) $Se_{y,x} = 38,0610$ pasajeros.

6) La señorita Erika Pérez, estudiante del primer semestre de administración, elabora un estudio de compañías que se están dando a conocer. Tiene curiosidad por ver si existe o no relación significativa entre el tamaño de la oferta (en millones de dólares) y el precio por acción.

| Tamaño de la oferta (millones de \$) (X) | Precio (precio por acción) (Y) |
|---|-----------------------------------|
| 108,00 | 12,00 |
| 4,40 | 4,00 |
| 3,50 | 5,00 |
| 3,60 | 6,00 |
| 39,00 | 13,00 |
| 68,40 | 19,00 |

| | |
|--------|-------|
| 7,50 | 8,50 |
| 5,50 | 5,00 |
| 375,00 | 15,00 |
| 12,00 | 6,00 |
| 51,00 | 12,00 |
| 66,00 | 12,00 |
| 10,40 | 6,50 |
| 4,00 | 3,00 |

- (a) Dados los siguientes datos, desarrolle la ecuación lineal que mejor ajuste los datos:
 (b) Calcule el coeficiente de determinación de la muestra e interprételo.
 (c) ¿Debería Erika usar esta ecuación de regresión con propósitos descriptivos, o buscar en otra parte variables explicativas adicionales?

Respuestas: (a) Precio estimado = $7,5294 + 0,0285$ tamaño oferta.

(b) $r^2 = 0,3418$

(c) Debería buscar variables explicativas adicionales, ya que r^2

tiene un valor pequeño, por lo que el precio depende poco del tamaño de la oferta y un pronóstico del mismo podría no ser adecuado .

7) El gerente de mercadería de una cadena de supermercados desea determinar el efecto del espacio de anaqueles en las ventas de comida para mascotas. Se seleccionó una muestra aleatoria de tiendas del mismo tamaño con los siguientes resultados:

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Espacio en Anaqueles (pies) | 5 | 5 | 5 | 10 | 10 | 10 | 15 | 15 | 15 | 20 | 20 | 20 |
| Ventas Semanales | 160 | 220 | 140 | 190 | 240 | 260 | 230 | 270 | 280 | 260 | 290 | 310 |

a) Analice a través de un diagrama de dispersión si ambas variables están relacionadas linealmente.

b) Suponga una relación lineal y utilice el método de mínimos cuadrados para encontrar los coeficientes de regresión y determine la ecuación de la recta.

Sol: Ventas Semanales = $145 + 7,4$ Espacios en anaqueles.

c) Interprete el significado de la pendiente.

Sol: por cada incremento de 1 pie en espacio de anaqueles, se espera que las ventas aumenten en promedio 7,40 dólares por semana.

d) Pronostique las ventas semanales promedio de comida para mascotas con 8 pies de espacio en anaqueles para ello.

Sol: 204,2 dólares

e) Calcule el coeficiente de determinación e interprete su significado

Sol: 0,684. El 68,4% de la variación en las ventas se explica por la variación en el espacio de anaqueles.

f) Calcule el coeficiente de correlación lineal.

Sol: 0,83. Correlación lineal positiva intensa.

g) Calcule el error estándar de la estimación.

Sol: aprox. 30,81 dólares.

h) Establezca un intervalo de predicción de 95% de las ventas semanales para una tienda individual que tiene 8 pies cuadrados de espacio en los anaqueles de comida para mascotas.

Sol: 131,01 ; 277,40 aprox.

i) Analice si la relación de ambas variables es significativa.

8) Suponga que el gerente de una cadena de servicios de entrega de paquetería desea desarrollar un modelo para predecir las ventas semanales (en miles de dólares) para las tiendas individuales basado en el número de clientes que realizan compras. Se seleccionó una muestra aleatoria entre todas las tiendas de la cadena con los siguientes resultados:

| | | | | | | | | | | |
|----------|------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|------|
| Clientes | 907 | 926 | 506 | 741 | 789 | 889 | 874 | 510 | 529 | 420 |
| Ventas | 11,2 | 11,05 | 6,84 | 9,21 | 9,42 | 10,08 | 9,45 | 6,73 | 7,24 | 6,12 |

a) Realice el diagrama de dispersión y analícelo.

b) Calcule la recta de regresión lineal. Interprete el significado de la pendiente de la recta en el problema.

Sol: $\hat{y} = 0,009X + 2,21$

c) Pronostique las ventas semanales para las tiendas que tienen 600 clientes.

Sol: 7,73 miles de dólares

d) Hallar un intervalo de confianza del 90% para las venta en 600 clientes .

[6.894,8.5666]

e) Verifique si la relación es significativa.

9) Un profesor de Estadística realiza un examen final y exige también a los estudiantes que realicen un proyecto de análisis de datos. Las calificaciones obtenidas por una muestra aleatoria aparecen en la siguiente tabla:

| | | | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| examen | 81 | 62 | 74 | 78 | 93 | 69 | 72 | 83 | 90 | 84 |
| proyecto | 76 | 71 | 69 | 76 | 87 | 62 | 80 | 75 | 92 | 79 |

El profesor considera que la nota en el proyecto dependerá en gran medida de el resultado en el examen.

a) Utilizando un diagrama de dispersión analice si el profesor tiene razón en lo planteado.

b) Construya la recta de regresión correspondiente.

Sol: $\hat{y} = 0,6984X + 21,8058$

c) ¿Qué nota cree usted que sacaría un alumno que tuvo 75 en el proyecto en el examen?.

Sol: 74,185 puntos

d) Realice el pronóstico con un intervalo de confianza del 90%.

Sol:[62.14,82.24]

e) ¿Cree usted que este pronóstico es confiable?. ¿Por qué?

Sol: $r^2 = 0.602$

10) Los datos siguientes son los sueldos mensuales y promedios de calificaciones para estudiantes que obtuvieron su licenciatura en administración.

| | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|
| Calificación | 2,6 | 3,4 | 3,6 | 3,2 | 3,5 | 2,9 |
| Sueldo mensual (\$) | 2800 | 3100 | 3500 | 3000 | 3400 | 3100 |

a) ¿Considera que hay relación lineal entre las variables? Justifique.

Sol: Si, r es 0.863

b) Construya la recta de regresión correspondiente.

Sol: $\hat{y} = 581X + 1290,5$

c) ¿Considera que la relación es significativa?

d) ¿Cuánto será el salario mensual de una persona cuya calificación promedio haya sido de 3,5 puntos?

Sol: 3324 dólares

11) Para una operación de manufactura se obtuvo la siguiente muestra de volúmenes de producción y costos totales.

| | | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|------|
| Vol. | 400 | 450 | 550 | 600 | 700 | 750 |
| Costo (\$) | 4000 | 5000 | 5400 | 5900 | 6400 | 7000 |

a) Analice a través de un diagrama de dispersión y calculando el coeficiente de correlación lineal si existe relación lineal entre las variables.

b) Calcule la recta de regresión que permita predecir el costo de producción de acuerdo al volumen.

Sol: $\hat{Y} = 7,6X + 1246,67$

c) El programa de producción de la empresa indica que el mes próximo se deben producir 500 unidades. ¿Cuál será el costo total estimado para esta operación?

Sol: 5046,7 dólares

d) Determine si hay una relación significativa entre ambas variables.

Sol: Si, r es 0,979